

ХЕРСОНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

(повне найменування вищого навчального закладу)

ФАКУЛЬТЕТ ІНЖЕНЕРІЇ ТА ТРАНСПОРТУ

(назва факультету)

КАФЕДРА ЕНЕРГЕТИКИ, ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ І ФІЗИКИ

(повна назва кафедри)

Пояснювальна записка

до кваліфікаційної роботи
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
(рівень вищої освіти)

на тему Особливості скін-ефекту в слабо провідних
середовищах

Виконав: студент 4 курсу групи 2зЕЛс
спеціальності 141 Електроенергетика,
електротехніка та електромеханіка
(код і назва спеціальності)

освітньо-
професійної Електротехніка та електротехнології
програми (назва ОПП)

Кобзак А.Г.

(прізвище та ініціали)

Керівник к.ф.-м.н., доц. Івченко В.В.

(прізвище та ініціали)

Рецензент к.т.н., доц. Мешков Ю.Є.

(прізвище та ініціали)

Хмельницький – 2026 р.

РЕФЕРАТ

Дипломна робота на тему «Особливості скін-ефекту в слабо провідних середовищах» включає в себе вступ та пояснювальну записку.

Пояснювальна записка містить 54 сторінки формату А4, 11 рисунків, 9 таблиць, 26 використаних джерел.

Ключові слова: скін-ефект, густина струму, високочастотний струм, імпеданс.

Дипломна робота присвячена моделюванню протікання високочастотного струму у провідниках з довільними значеннями питомої електропровідності.

Проведено аналіз радіального розподілу густини електричного струму. З'ясовано закономірності частотної залежності електричного опору різних провідників.

За допомогою програмного середовища Python створено код скрипту та відповідну модель для дослідження поведінки протікання високочастотного струму у циліндричних провідниках.

У розділі «Охорона праці» розглянуто комплекс заходів для організації служби охорони праці на підприємстві. Проаналізовано шкідливі та небезпечні фактори на робочому місці та способи боротьби з ними. (напруження зору, електромагнітне випромінювання, статична електрика, шум тощо). Розглянуто питання організації виробничого освітлення та проведено розрахунки освітлення щодо доцільності використання сучасних приладів.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1 ОГЛЯДОВА ЧАСТИНА.....	6
1.1 Модель квазістаціонарного струму.....	6
1.2 Резистор у колі змінного струму	6
1.3 Послідовне з'єднання резистора та індуктивності у колі змінного струму.....	7
1.4 Вироблення високочастотного струму	9
1.5 Застосування високочастотного струму	11
1.6 Висновки.....	13
2 МЕТОДИЧНА ЧАСТИНА.....	15
2.1 Вступні зауваження.....	15
2.2 Узагальнена теорія скін-ефекту.....	19
2.3 Високочастотний імпеданс.....	21
2.4 Висновки.....	24
3 ДОСЛІДНИЦЬКА ЧАСТИНА.....	25
3.1 Комп'ютерна програма для проведення числових розрахунків.....	25
3.2 Радіальний розподіл густини струму.....	32
3.3 Частотна залежність опору провідника	34
3.4 Висновки.....	37
4 ОХОРОНА ПРАЦІ.....	38
4.1 Організація служби охорони праці на підприємстві.....	41
4.2 Шкідливі фактори на робочому місці ті способи боротьби з ними..	43
4.3 Різновиди виробничого освітлення.....	48
4.4 Висновки.....	48
ВИСНОВКИ.....	50
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	52

ВСТУП

У сучасних умовах стрімкого розвитку електроніки, телекомунікаційних систем і високочастотної техніки зростає інтерес до глибшого розуміння електромагнітних процесів у різних середовищах. Одним із важливих явищ, що суттєво впливає на розподіл струму та електромагнітних полів у провідниках, є скін-ефект. Це явище проявляється у витісненні змінного електричного струму до поверхневих шарів провідника, що призводить до зростання ефективного опору та додаткових втрат енергії, особливо на високих частотах.

У той час як скін-ефект добре вивчений для металевих провідників із високою електропровідністю, значно менше уваги приділяється його проявам у слабо провідних середовищах. До таких середовищ належать, зокрема, ґрунти, біологічні тканини, діелектрики і напівпровідники та інші матеріали, де електропровідність є обмеженою. Особливості поширення електромагнітних хвиль у подібних середовищах мають важливе значення для таких галузей, як геофізика, біомедична інженерія, радіозв'язок і неруйнівний контроль матеріалів.

Характерною рисою слабо провідних середовищ є складна взаємодія між провідниковими та діелектричними властивостями, що зумовлює специфічний характер прояву скін-ефекту. Глибина проникнення електромагнітного поля, розподіл густини струму та втрати енергії в таких середовищах суттєво відрізняються від класичних випадків, що потребує окремого теоретичного аналізу та моделювання. Це, у свою чергу, відкриває можливості для вдосконалення існуючих технологій і створення нових підходів до дослідження та використання електромагнітних явищ.

Актуальність теми полягає в необхідності дослідження закономірностей прояву скін-ефекту в слабо провідних середовищах, а також розробки адекватних математичних моделей, які дозволяють описати поведінку електромагнітних полів у таких умовах. Отримані результати можуть бути

використані для підвищення ефективності електротехнічних пристроїв, оптимізації систем зв'язку та покращення методів діагностики матеріалів і середовищ.

Метою даної дипломної роботи є порівняльний аналіз особливостей скін-ефекту в середовищах із малими та великими значеннями питомої електричної провідності.

Об'єктом дослідження є високочастотний струм у провідниках циліндричної форми.

Предмет дослідження – кількісні співвідношення між опором провідників і частотою змінного гармонічного струму.

Задачі дослідження:

- Вивчити існуючі закономірності щодо властивостей квазістаціонарного струму.
- Розвинути узагальнену теорію скін-ефекту на випадок середовищ із довільними значеннями електропровідності.
- Розробити в середовищі Python програму для відповідних числових розрахунків.
- Проаналізувати отримані результати.

Методи дослідження: Аналітичні та числові розрахунки, аналіз отриманих результатів та їх теоретичне узагальнення. У роботі використано загальнонаукові та спеціальні методи дослідження: аналіз та синтез – для вивчення теоретичних аспектів типів фотоелектричних перетворювачів; порівняльний метод – для аналізу вітчизняного досвіду.

Практичне значення роботи полягає в можливості застосування отриманих результатів для опису поведінки слабо провідних середовищ у зовнішніх високочастотних електромагнітних полях.

Робота складається з вступу, чотирьох розділів, висновків до них, загальних висновків та списку використаної літератури.

1 ОГЛЯДОВА ЧАСТИНА

1.1 Модель квазістаціонарного струму

Квазістаціонарний струм - це модель змінного струму, в межах якої:

1. вважають, що сила струму в усіх перерізах провідної лінії є однаковою. Це можливо, якщо час поширення сигналу вздовж системи значно менший за характерний час зміни самого струму (періоду коливань);
2. нехтують струмом зміщення у порівнянні з струмом провідності;
3. вважають, що в лінії можна знехтувати втратами електромагнітної енергії на випромінювання. За дуже великих частот енергія починає незворотно розсіюватися у навколишній простір, що не враховується класичним опором.

1.2 Резистор у колі змінного струму

Розглянемо електричне коло (рис. 1.1), що складається з провідника опором R , до кінців якого прикладено напругу:

$$U = U_0 \sin \omega t, \quad (1.1)$$

де U_0 – її амплітудне значення; ω – циклічна частота гармонічних коливань.

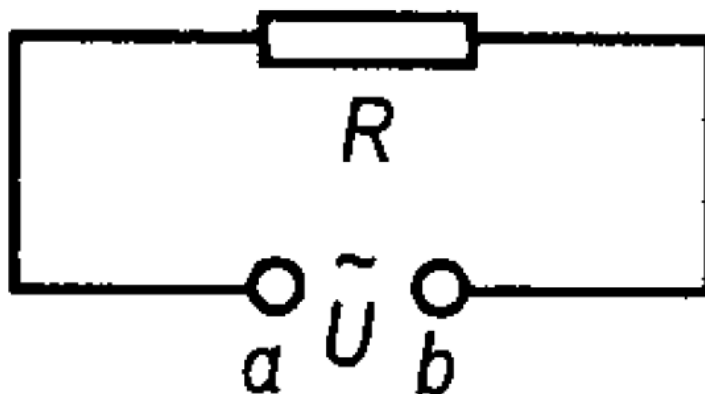


Рисунок 2.1 – Резистор у колі змінного струму

За законом Ома

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} \sin \omega t, \quad (1.2)$$

Звідки

$$I_0 = \frac{U_0}{R}, \quad (1.3)$$

де I_0 – амплітудне значення сили струму. З виразів (1.2), (1.3) слідує що струм у колі також змінюється за гармонічним законом, причому миттєві значення струму та напруги змінюються синфазно (рис. 1.2).

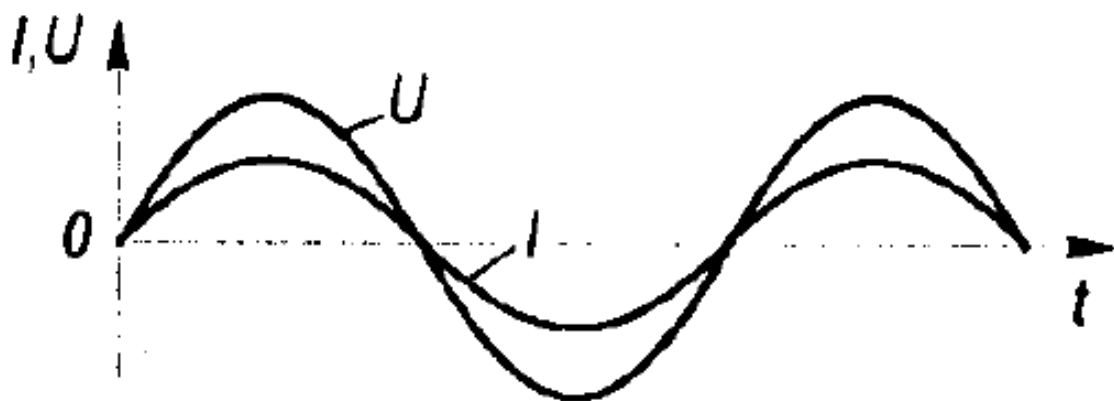


Рисунок 1.2 – Часові залежності миттєвих значень сили струму та напруги у колі, що містить резистор

Використовуючи рівняння (2.4) та (2.1), отримуємо рівняння телеграфного типу відносно вектору **Е**, яке справедливе для випадку довільної провідності

1.3 Послідовне з'єднання резистора та індуктивності у колі змінного струму

У реальності, будь-який резистивний провідник має також певну

індуктивність. Врахувати цей ефект можна розглянувши послідовне з'єднання резистора та індуктивності (рис. 1.3). Користуючись другим правилом Кірхгофа та законами Ома і електромагнітної індукції, для розглянутого кола матимемо:

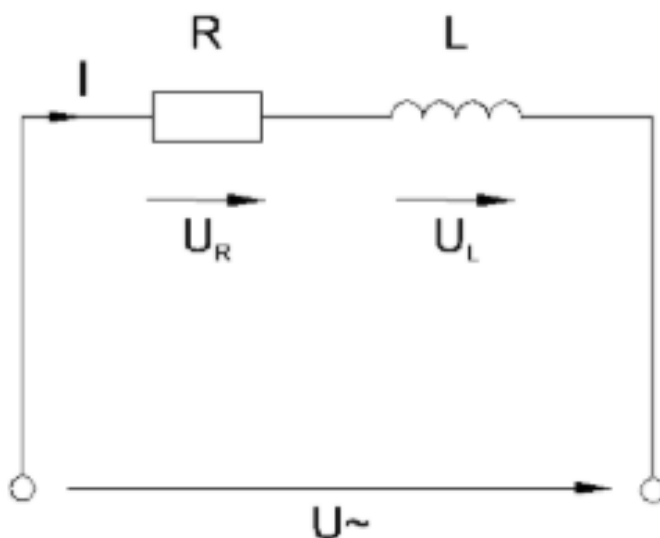


Рисунок 1.3 – Послідовне з'єднання резистора та індуктивності у колі змінного струму

$$IR = U_0 \sin \omega t - L \frac{dI}{dt}, \quad (1.4)$$

де L – значення індуктивності. Будемо шукати розв'язок диференціального рівняння (1.4) у вигляді:

$$I(t) = I_0 \sin(\omega t - \varphi_0), \quad (1.5)$$

де φ_0 – зсув фаз між напругою та струмом. Підставляючи праву частину (1.5) в (1.4) та користуючись співвідношеннями

$$\sin(\omega t - \varphi_0) = \sin \omega t \cos \varphi_0 - \cos \omega t \sin \varphi_0, \quad (1.6)$$

$$\cos(\omega t - \varphi_0) = \cos \omega t \cos \varphi_0 + \sin \omega t \sin \varphi_0, \quad (1.7)$$

дістанемо:

$$\begin{aligned}
 (\omega L \cos \varphi_0 - R \sin \varphi_0) \cos \omega t &= \\
 &= \left(\frac{U_0}{I_0} - \omega L \sin \varphi_0 - R \cos \varphi_0 \right) \sin \omega t.
 \end{aligned}
 \tag{1.8}$$

Для довільного моменту часу t ця рівність буде виконуватися якщо

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{\omega L}{R}, \tag{1.9}$$

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}, \tag{1.10}$$

З виразів (1.5), (1.9) слідує, що і в цьому випадку коливання сили струму у колі відбуваються за гармонічним законом, проте, відстають від коливань напруги за фазою $0 < \varphi_0 < \pi/2$. (див. рис. 1.4).

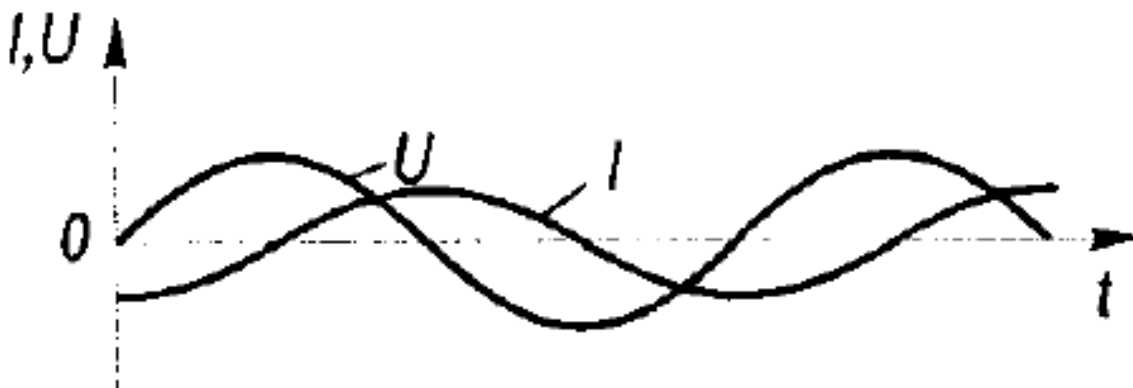


Рисунок 1.4 – Часові залежності миттєвих значень сили струму та напруги у колі, що містить послідовне з'єднання резистора та індуктивності

Величина

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \tag{1.11}$$

дістала назву повного опору (імпедансу) кола. Імпеданс кола містить дві

складові: активний опір R та реактивний (індуктивний) опір $X_L = \omega L$. Таким чином, у квазістаціонарному (низькочастотному) наближенні активний опір не залежить від частоти змінного струму, тоді як індуктивний опір лінійно зростає разом з її збільшенням. Слід зазначити, що джоулево тепло завжди виділяється лише на активному опорі.

1.4 Вироблення високочастотного струму

У структурі генератора високочастотного струму зазвичай виділяють кілька ключових частин. Центральне місце займає коливальна система, яка визначає частоту генерованого сигналу. Вона забезпечує періодичний обмін енергією між різними формами, завдяки чому виникають електричні коливання. Проте сама по собі така система не може довго підтримувати коливання через втрати енергії, тому в генераторі обов'язково використовується підсилювальний елемент. Саме він компенсує втрати і «підживлює» систему енергією від джерела живлення. Ще одним важливим компонентом є зворотний зв'язок, який повертає частину сигналу назад на вхід і забезпечує умови для самозбудження коливань.

Залежно від принципу дії та конструкції, генератори високочастотного струму можуть бути різних типів. Одними з найпоширеніших є електронні генератори, що працюють на транзисторах або, у старіших схемах, на електронних лампах. Такі пристрої дозволяють отримувати широкий діапазон частот і застосовуються в радіотехніці та зв'язку. Важливу роль відіграють кварцові генератори, у яких використовується властивість кристалів забезпечувати дуже стабільну частоту коливань. Завдяки цьому вони застосовуються в точних приладах, зокрема в комп'ютерній техніці та системах синхронізації. Існують також генератори, реалізовані у вигляді інтегральних мікросхем, які поєднують компактність, надійність і низьке енергоспоживання, що робить їх незамінними в сучасній електроніці.

Процес генерації високочастотного струму починається з виникнення

початкових коливань, які можуть бути дуже слабкими і навіть випадковими. Завдяки підсилювальному елементу ці коливання поступово збільшуються, а за наявності правильно організованого зворотного зв'язку система входить у режим сталих автоколивань. У цьому режимі генератор працює без зовнішнього сигналу, самостійно підтримуючи постійні коливання певної частоти. Дуже важливо, щоб у системі існувала рівновага між енергією, що надходить від джерела живлення, і втратами, інакше коливання або затухнуть, або стануть нестабільними.

Окрему увагу приділяють стабільності частоти генератора. У багатьох застосуваннях, особливо в радіозв'язку та цифрових системах, навіть незначні відхилення частоти можуть призвести до серйозних помилок. Тому використовуються різні методи стабілізації, включаючи застосування спеціальних матеріалів, температурну компенсацію та електронні схеми автоматичного регулювання. У сучасних пристроях часто застосовують цифрове керування, що дозволяє дуже точно задавати і змінювати частоту.

Генератори високочастотного струму мають широкий спектр застосувань. Вони є основою роботи радіопередавачів, телевізійних систем, мобільного зв'язку та бездротових мереж. У промисловості їх використовують для нагрівання матеріалів, зварювання, сушіння та інших технологічних процесів, де потрібен контрольований вплив електромагнітного поля. У медицині високочастотні струми застосовуються для лікувальних процедур, діагностики та хірургічних операцій. Крім того, такі генератори широко використовуються в наукових дослідженнях, де необхідно вивчати властивості речовин або електромагнітних хвиль.

Таким чином, генератори високочастотного електричного струму є складними, але надзвичайно важливими пристроями, що забезпечують функціонування великої кількості сучасних технологій. Їх розвиток постійно триває, що сприяє вдосконаленню засобів зв'язку, підвищенню ефективності промислових процесів і появі нових можливостей у науці та медицині.

1.5 Застосування високочастотного струму

Застосування високочастотного електричного струму є надзвичайно широким і охоплює практично всі сфери сучасної техніки, науки та медицини. Це пояснюється тим, що високочастотні коливання здатні не лише передавати енергію, а й ефективно переносити інформацію, взаємодіяти з речовиною та створювати електромагнітні хвилі, які поширюються на великі відстані. Саме ці властивості роблять високочастотний струм незамінним у багатьох технологічних процесах і пристроях.

Однією з найважливіших сфер застосування є радіозв'язок і телекомунікації. Високочастотний струм лежить в основі роботи радіопередавачів, які перетворюють електричні сигнали на електромагнітні хвилі та випромінюють їх у простір. Завдяки цьому стає можливим передавання інформації на великі відстані без використання проводів. Такий принцип використовується в радіомовленні, телебаченні, мобільному зв'язку, супутникових системах і бездротовому інтернеті. У сучасних цифрових мережах високочастотні сигнали дозволяють передавати величезні обсяги даних із великою швидкістю, забезпечуючи функціонування глобальних інформаційних систем.

У промисловості високочастотний струм широко застосовується для обробки матеріалів. Одним із найпоширеніших напрямів є індукційний нагрів, при якому струм створює змінне магнітне поле, що викликає нагрівання металів без прямого контакту з джерелом тепла. Це дозволяє швидко та рівномірно нагрівати заготовки, підвищуючи ефективність виробництва. Також високочастотні струми використовуються для зварювання пластмас і металів, сушіння деревини та інших матеріалів, плавлення, термічної обробки і навіть для стерилізації. Важливою перевагою є точність і можливість локального впливу, що дає змогу обробляти лише потрібні ділянки.

У медицині високочастотний струм має як діагностичне, так і лікувальне застосування. Його використовують у фізіотерапії для прогрівання тканин,

покращення кровообігу та стимуляції відновлювальних процесів в організмі. У хірургії високочастотні генератори застосовуються для безкровного розрізання тканин і коагуляції, що значно зменшує втрати крові та ризик ускладнень. Також високочастотні коливання використовуються в апаратах для діагностики, зокрема в методах, пов'язаних із дослідженням електромагнітних властивостей тканин.

У побутовій техніці високочастотний струм також відіграє важливу роль. Найвідомішим прикладом є мікрохвильові печі, де електромагнітні хвилі високої частоти взаємодіють з молекулами води в їжі, викликаючи її нагрівання. Крім того, високочастотні технології використовуються в бездротових зарядних пристроях, електронних приладах, системах сигналізації та різноманітних сенсорах.

У наукових дослідженнях високочастотний струм застосовується для вивчення властивостей матеріалів і фізичних процесів. Він дозволяє досліджувати поведінку речовини в електромагнітних полях, проводити експерименти з плазмою, а також створювати складні вимірювальні системи. У радіоастрономії та космічних дослідженнях високочастотні сигнали використовуються для приймання та аналізу випромінювання з космосу.

Окремо варто відзначити застосування у сфері інформаційних технологій. Усі сучасні електронні пристрої, зокрема комп'ютери, смартфони та мережеве обладнання, працюють завдяки високочастотним сигналам, які забезпечують обробку, передачу та зберігання даних. Висока частота дозволяє значно збільшити швидкість роботи пристроїв і підвищити їхню продуктивність.

Таким чином, високочастотний електричний струм є універсальним інструментом, що використовується в найрізноманітніших галузях. Його здатність ефективно передавати енергію та інформацію, а також взаємодіяти з матеріалами робить його основою багатьох сучасних технологій. Постійний розвиток науки і техніки сприяє розширенню сфер його застосування, що ще більше підкреслює його значення в сучасному світі.

1.6 Висновки

1. Встановлено, що модель квазістаціонарного струму є ефективним наближенням для аналізу електричних кіл змінного струму за умов, коли довжина провідника є значно меншою за довжину електромагнітної хвилі, а частоти не надто високі. У межах цієї моделі обґрунтовано можливість нехтування струмами зміщення та втратами на випромінювання, що суттєво спрощує аналіз процесів у колах.

2. Показано, що для кола з активним опором струм і напруга змінюються синфазно, а амплітуда струму визначається законом Ома. Для більш реалістичного випадку, коли враховується індуктивність провідника, встановлено наявність фазового зсуву між струмом і напругою, а також введено поняття повного опору (імпедансу), який залежить від частоти. Це свідчить про те, що реактивні елементи суттєво впливають на поведінку кола змінного струму, особливо зі зростанням частоти.

3. Розглянуто принципи генерації високочастотного струму, зокрема роль коливальної системи, підсилювального елемента та зворотного зв'язку у формуванні сталих автоколивань. Встановлено, що стабільність частоти є критично важливим параметром генераторів, що визначає їхню ефективність у практичних застосуваннях.

4. Проаналізовано основні типи генераторів високочастотного струму та визначено їхні переваги, зокрема високу стабільність (кварцові генератори), широкий діапазон частот (електронні генератори) та компактність (інтегральні реалізації).

5. Проведений аналіз сфер застосування високочастотного струму показав його ключову роль у сучасних технологіях. Зокрема, він є основою функціонування систем зв'язку, широко використовується у промислових технологіях обробки матеріалів, медицині, побутовій техніці та наукових дослідженнях. Його здатність ефективно передавати енергію та інформацію визначає універсальність і перспективність подальшого використання.

2 МЕТОДИЧНА ЧАСТИНА

2.1 Вступні зауваження

Скін-ефект (або поверхневий ефект) – це спостережуване явище зменшення амплітуди електромагнітних хвиль у міру їхнього проникнення в провідне середовище. В результаті цього ефекту, наприклад, високочастотний змінний струм, що протікає через провідник, розподіляється не рівномірно по поперечному перерізу, а переважно в поверхневому шарі [1]. Глибина скін-шару залежить від частоти змінного струму; зі збільшенням частоти струм концентрується поблизу поверхні, що призводить до зменшення глибини скін-шару. Скін-ефект зменшує ефективний поперечний переріз провідника і, таким чином, збільшує його ефективний опір. При частоті 60 Гц у міді глибина скін-шару становить близько 8,5 мм. На високих частотах глибина скін-шару стає значно меншою. Цей ефект був вперше описаний у статті Гораса Лемба в 1883 році для випадку циліндричних провідників, а Олівер Хевісайд у 1885 році узагальнив його на провідники довільної форми.

Провідники, зазвичай у формі дротів, можуть використовуватися для передачі електричної енергії або сигналів за допомогою змінного струму, що протікає через цей провідник. Носії заряду, що складають цей струм, зазвичай електрони, рухаються електричним полем, що виникає внаслідок дії джерела електричної енергії. Струм у провіднику створює магнітне поле всередині та навколо провідника. Коли змінюється сила струму в провіднику, змінюється також магнітне поле. Зміна магнітного поля, у свою чергу, створює електричне поле, яке протидіє зміні сили струму. Це протилежне електричне поле називається протиелектрорушійною силою (зворотною ЕРС). Зворотна ЕРС є найсильнішою/найбільш концентрованою в центрі провідника, пропускаючи струм лише поблизу зовнішньої оболонки провідника.

Розглянемо рис. 2.1. Основний струм I , що протікає через провідник, індукуює магнітне поле H . Якщо струм збільшується, як на цьому рисунку,

результуюче збільшення H індукує окремі циркулюючі вихрові струми Фуко I_w , які частково компенсують потік струму в центрі та підсилюють його поблизу поверхні провідника.

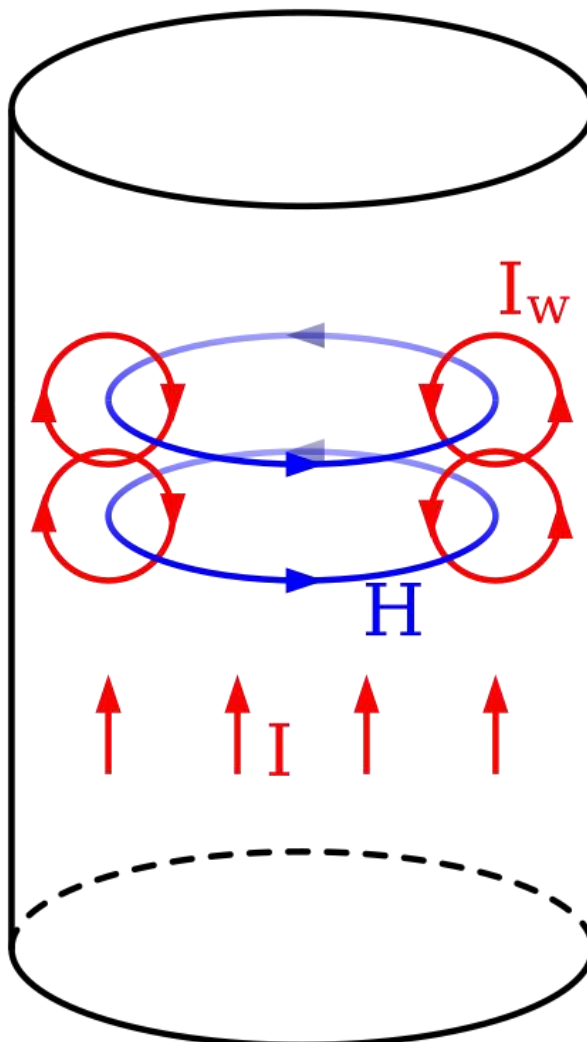


Рисунок 2.1 – Схематичний рисунок, що пояснює механізм виникнення скін-ефекту

Незалежно від типу зміни зовнішньої електрорушійної сили, густина струму виявляється найбільшою на поверхні провідника, а в глибині провідника її величина зменшується. Це зниження густини струму відоме як скін-ефект, а глибина скін-шару – це міра глибини, на якій густина струму падає до $1/e$ від свого значення поблизу поверхні. Понад 98% струму протікає

в шарі, що в 4 рази перевищує глибину скін-шару від поверхні. Ця поведінка відрізняється від постійного струму, який зазвичай рівномірно розподіляється по поперечному перерізу дроту.

Змінний струм також може індукуватися в провіднику внаслідок змінного магнітного поля згідно із законом індукції. Електромагнітна хвиля, що падає на провідник, тому зазвичай створює такий струм; це пояснює загасання електромагнітних хвиль у металах. Хоча термін «скін-ефект» найчастіше асоціюється із застосуваннями, пов'язаними з передачею електричних струмів, глибина скін-шару також описує експоненціальне затухання електричного та магнітного полів, а також щільність індукованих струмів всередині об'ємного матеріалу, коли на нього падає нормально плоска хвиля.

Слід зазначити, що класична теорія справедлива лише за умови, що товщина скін-шару набагато більша за середню довжину вільного пробігу електронів, тому що ми припускаємо, що при своєму русі електрон безперервно втрачає енергію на подолання омичного опору провідника, в результаті чого відбувається виділення джоулевої теплоти. Таке співвідношення справедливе у досить широких межах, проте навіть за кімнатної температури довжина вільного пробігу електрона для металів можна порівняти з глибиною скін-шару – що говорить про аномальний характер ефекту. При дуже низькій температурі ситуація тільки посилюється [1]: провідність сильно підвищується, а отже, збільшується довжина вільного пробігу та зменшується товщина скін-шару. За цих умов механізм, що призводить до утворення скін-ефекту, не діє. Ефективна товщина шару, в якому зосереджений струм змінюється. Таке явище називається аномальним скін-ефектом.

Оскільки всередині об'єму провідника проходить незначна кількість струму, трубчасті провідники можна використовувати для економії матеріалу. Використовуючи трубчасті круглі провідники, вдається значно зменшити падіння напруги через імпеданс провідників, втрати потужності та реактивну

потужність [2]. Завдяки скін-ефекту у високочастотному магнітному полі тепло виділяється переважно в поверхневому шарі. Це дозволяє нагрівати провідник у тонкому поверхневому шарі без суттєвої зміни температури внутрішніх областей. Таке явище використовується в промислово важливому методі поверхневого зміцнення металів, реалізованому на основі індукційного нагрівання [3].

Скін-ефект має практичні наслідки в аналізі та проектуванні радіочастотних та мікрохвильових схем, ліній передачі (або хвилеводів) та антен. Він також важливий на мережевих частотах (50–60 Гц) у системах передачі та розподілу електроенергії змінного струму. Це одна з причин переваги високовольтного постійного струму для передачі електроенергії на великі відстані.

На скін-ефекті засновано дію вибухомагнітних генераторів (ВМГ), вибухомагнітних генераторів частоти (ВМГЧ) та зокрема ударно-хвильових випромінювачів (УВІ). Крім поверхневого загартовування, в індукційному нагріванні скін-ефект дозволяє реалізувати технологію індукційного видалення полімерних покриттів, що широко використовується при ремонті магістральних нафто-і газопроводів, ремонті палубних покриттів морських суден тощо.

Слід зазначити, що теорію скін-ефекту була розроблено виключно для випадку провідників з великими значеннями питомої електропровідності (гарних провідників). Нижче ми дослідимо електричні властивості провідників з довільними значеннями провідності у випадку протікання через них високочастотного електричного струму.

2.2 Узагальнена теорія скін-ефекту

Рівняння Максвелла (ми обираємо одиниці СІ) для ізотропних середовищ з відносною електричною проникністю ϵ та відносною магнітною проникністю μ мають наступний вигляд:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu\mu_0 \left(\mathbf{j} + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right), \quad (2.3)$$

де $\mathbf{E}$ та $\mathbf{B}$ – напруженість електричного поля та індукція магнітного поля;

μ_0 та ε_0 – вакуумна магнітна та електрична ості;

$\mathbf{j}$ – густина електричного струму.

Згідно з континуальною (диференціальною) формою закону Ома

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E},$$

де σ – питома електропровідність середовища. Отже, у випадку ізотропних провідників вектори $\mathbf{j}$ та $\mathbf{E}$ мають однаковий напрямок.

Систему рівнянь (2.1)-(2.4) записано у диференціальній формі, використовуючи оператор набла ∇ . Перше з рівнянь (2.1) показує, що при проходженні електричного струму по провіднику об'ємні заряди всередині нього не виникають. Друге рівняння (2.1) свідчить про те що в Природі не існує магнітних зарядів (магнітне поле є завжди вихровим). Рівняння (2.2) демонструє, що джерелом вихрового електричного поля є змінне у часі магнітне поле. Нарешті, рівняння (2.3) показує, що джерелами магнітного поля є електричний струм та змінне у часі електричне поле.

З рівнянь (2.2) та (2.3) дістанемо:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \Delta \mathbf{E} = -\mu\mu_0\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \frac{\mu\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}. \quad (2.4)$$

Використовуючи рівняння (2.4) та (2.1), отримуємо рівняння телеграфного типу відносно вектору $\mathbf{E}$, яке справедливе для випадку довільної провідності σ :

$$\Delta \mathbf{E} - \mu\mu_0\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \frac{\mu\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (2.5)$$

Розглянемо нескінченно довгий, прямий, циліндричний дріт радіуса a , по якому протікає гармонічний струм $I = I_0 \exp(-i\omega t)$, де i – уявна одиниця. Обираємо циліндричну систему координат так, щоб вісь z збігалася з віссю симетрії дроту. Існує лише одна ненульова компонента $\mathbf{j}$ (а саме, j_z). Через осьову симетрію задачі ця компонента може залежати лише від радіальної відстані ρ . У цьому випадку $E_z = j_z/\sigma$, $E_\rho = E_\varphi = 0$ і

$$\mathbf{E} = \frac{j_z(\rho)}{\sigma} \exp(-i\omega t) \hat{\mathbf{e}}_z, \quad (2.6)$$

де $\hat{\mathbf{e}}_z$ – одиничний вектор.

Застосувавши рівняння (2.6) та вираз для оператора Лапласа в циліндричних координатах, можна звести рівняння (2.5) до вигляду:

$$\rho \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dj_z}{d\rho} \right) + 2(i + \gamma) \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^2 j_z, \quad (2.7)$$

де $\delta = \sqrt{2/(\mu\mu_0\sigma\omega)}$ – глибина скін-слоя, яка визначається як глибина під плоскою поверхнею хорошого провідника, на якій густина струму спадає до $1/e$ (близько 0,37) від значення на поверхні та вимірюється в метрах; $\gamma = \varepsilon\varepsilon_0\omega/\sigma$ – безрозмірне відношення струму зміщення до струму провідності. Зі збільшенням ω значення δ зменшується, тоді як відношення γ зростає.

Введення безрозмірної відстані $r = \sqrt{2(i + \gamma)}\rho/\delta$ спрощує рівняння (2.7) до

$$r^2 \frac{d^2 j_z}{dr^2} + r \frac{dj_z}{dr} + r^2 j_z = 0. \quad (2.8)$$

Це диференціальне рівняння Бесселя (звичайне лінійне диференціальне рівняння другого порядку). Його розв'язок, скінченний у центрі дроту ($r = 0$), є функцією Бесселя нульового порядку першого роду $J_0(r)$. Отже, $j_z(r) = C J_0(r)$. Позначаючи $j_z(\sqrt{2(i + \gamma)}a/\delta) = j_0$ (значення густини струму вздовж поверхні дроту), отримуємо константу інтегрування: $C = j_0/J_0(\sqrt{2(i + \gamma)}a/\delta)$. Тоді

$$\mathbf{j} = j_0 \frac{J_0(\sqrt{2(i + \gamma)}\rho/\delta)}{J_0(\sqrt{2(i + \gamma)}a/\delta)} \exp(-i\omega t) \hat{\mathbf{e}}_z. \quad (2.9)$$

Нас не повинен збентежити той факт, що як аргумент так і функція у виразі (2.9) є комплексними величинами. Справа в тому, що вираз для результуючої густини струму можна представити в експоненційній формі:

$$j = |j(\rho)| \exp[-i\omega t + \varphi_0(\rho)],$$

де $|j| = \sqrt{\text{Re}^2(j) + \text{Im}^2(j)}$ – абсолютне значення (величина) густини струму;
 $\varphi_0 = \arg(j)$ – фаза густини струму (аргумент комплексного числа).

Отже, уявна частина j викликає фазовий зсув φ_0 між густиною струму та струмом $I(t)$. Обидва ці значення важко обчислити мануально. Проте, це дуже легко зробити за допомогою сучасного математичного програмного забезпечення (наприклад, Maplesoft або Wolfram Mathematica).

2.3 Високочастотний імпеданс

Внутрішній комплексний імпеданс $Z_{\text{int}}(\omega)$ можна знайти як відношення спаду напруги U вздовж лінійної відстані l на поверхні дроту до загального струму I , що протікає по ньому. Маємо:

$$U = E_z(a)l = \frac{j_0 l}{\sigma}, \quad (2.10)$$

$$I = \int_S (j_z + j_D) dS = 2\pi \int_0^a j(\rho)(1 - i\gamma)\rho d\rho, \quad (2.11)$$

де $\mathbf{j}_D = \varepsilon\varepsilon_0(\partial\mathbf{E}/\partial t) = -i\gamma\mathbf{j}$ - густина струму зміщення.

Струм зміщення, або абсорбційний струм, - це величина, прямо пропорційна швидкості зміни електричної індукції. Це поняття використовується у класичній електродинаміці. Уведено Дж. К. Максвеллом під час побудови теорії електромагнітного поля. Введення струму зміщення дозволило усунути протиріччя у формулі Ампера для циркуляції магнітного поля, яка після додавання туди струму зсуву стала несуперечливою і склала останнє рівняння, що дозволило коректно замкнути систему рівнянь (класичної) електродинаміки. Існування струму зміщення також впливає із закону збереження електричного заряду. Строго кажучи, струм зміщення не є електричним струмом, але вимірюється в тих самих одиницях, що й електричний струм.

Таким чином, у фізиці можна виділити два види струмів: струм пов'язаних зарядів та струм провідності. Струм зміщення (зв'язаних зарядів) - це переміщення середніх положень зв'язаних електронів і ядер, що становлять молекулу, щодо центру молекули. При розриві ланцюга постійного струму та включенні до нього конденсатора струм у розімкнутому контурі відсутня. При живленні такого розімкнутого контуру від джерела змінної напруги в ньому

реєструється змінний струм (при досить високій частоті та ємності конденсатора загоряється лампа, послідовно включена з конденсатором). Для опису проходження змінного струму через конденсатор (розрив по постійному струму) Максвел ввів поняття струму зміщення.

Струм зміщення існує й у гарних провідниках, якими тече змінний струм провідності, проте у разі він зневажливо малий проти струмом провідності. Наявність струмів зміщення підтверджено експериментально фізиком А. А. Ейхенвальдом, який вивчив магнітне поле струму поляризації, який є частиною зсуву. У загальному випадку, струми провідності та зміщення в просторі не розділені, вони знаходяться в тому самому обсязі. Тому Максвел ввів поняття повного струму, рівного сумі струмів провідності (а також конвекційних струмів) та зміщення.

Враховуючи рівняння (2.9), отримуємо:

$$I = \frac{2\pi j_0(1 - i\gamma)a\delta}{\sqrt{2(i + \gamma)}} \frac{J_1\left(\frac{\sqrt{2(i + \gamma)}a}{\delta}\right)}{J_0\left(\frac{\sqrt{2(i + \gamma)}a}{\delta}\right)}, \quad (2.12)$$

де $J_1(r)$ – функція Бесселя першого порядку першого роду. Функції Бесселя першого роду описують хвилеподібну поведінку, але не таку просту, як звичайні синус чи косинус.

Функція нульового порядку є парною функцією, тоді як функція першого порядку – непарною. Ці дві функції пов'язані між собою через похідну функції Бесселя нульового порядку.

Користуючись формулою (2.12), остаточно матимемо:

$$Z_{\text{int}}(\omega) = \frac{U}{I} = \frac{R_0 \sqrt{2(i+\gamma)a}}{2(1-i\gamma)\delta} \frac{J_0\left(\frac{\sqrt{2(i+\gamma)a}}{\delta}\right)}{J_1\left(\frac{\sqrt{2(i+\gamma)a}}{\delta}\right)} = \quad (2.13)$$

$$= R(\omega) + i\omega L_{\text{int}}(\omega),$$

де $R_0 = l/(\pi\sigma a^2)$ – статичний ($\omega = 0$) опір дроту;

$R = \text{Re}(Z_{\text{int}})$ та $\omega L_{\text{int}} = \text{Im}(Z_{\text{int}})$ – частотно-залежний опір та індуктивний опір;

L_{int} – внутрішня індуктивність.

Остання рівність у рівнянні (2.13) є звичайним представленням комплексного числа як суми його дійсної та уявної частин. Ці частини можна розписати за допомогою функцій Кельвіна [4] або отримати числовим шляхом. Функції Кельвіна – це спеціальні математичні функції, які з’являються у задачах, пов’язаних із хвилями, теплопровідністю та електромагнетизмом, особливо коли є складна геометрія або коливальні процеси. Вони отримали назву на честь William Thomson, 1st Baron Kelvin, відомого фізика, який зробив великий внесок у термодинаміку та теорію хвиль. Функції Кельвіна – це не окремі «прості» функції, а спеціальні варіанти більш складних функцій, які виникають у розв’язках диференціальних рівнянь. Вони тісно пов’язані з функціями Бесселя, але мають іншу поведінку, зручну для певних фізичних задач. Їх зазвичай розглядають як комбінації коливальних (синусоподібних) і експоненційних ефектів. Існує чотири класичні функції Кельвіна. Перші дві – більш «осцилюючі» (схожі на хвилі), а інші дві – сильніше пов’язані із затуханням.

Результуючий (повний) імпеданс можна представити таким чином [5]:

$$Z = Z_{\text{int}} + i\omega L_{\text{ext}}, \quad (2.14)$$

де L_{ext} – зовнішня індуктивність дроту.

У випадку значного струму зміщення розрахунок зовнішньої індуктивності являє собою окрему складну задачу.

2.4 Висновки

Розвинено теорію високочастотного скін-ефекту у випадку довільного значення електричної провідності середовища. Отримано вирази для радіального розподілу густини струму та високочастотного імпедансу циліндричного провідника. Обидва співвідношення є зручними для числових розрахунків за допомогою сучасного математичного програмного забезпечення (наприклад, Maplesoft або Wolfram Mathematica).

3 ДОСЛІДНИЦЬКА ЧАСТИНА

3.1 Комп'ютерна програма для проведення числових розрахунків

Розроблена програмна реалізація призначена для чисельного моделювання електромагнітних процесів у провіднику при протіканні змінного струму, зокрема для дослідження явища скін-ефекту. Це явище є характерним для провідників, у яких струм змінюється з часом, і проявляється у нерівномірному розподілі густини струму по поперечному перерізу. Зі зростанням частоти струм витісняється до поверхневих шарів провідника, що призводить до зміни його електричних характеристик, зокрема до зростання ефективного опору. Саме ці процеси і покладено в основу розробленої програми.

Програму реалізовано мовою Python, яка є однією з найпоширеніших мов для наукових обчислень та інженерного моделювання. Її популярність зумовлена простотою синтаксису, широкими можливостями для роботи з математичними об'єктами та наявністю великої кількості бібліотек, орієнтованих на наукові задачі. У даній роботі використано декілька ключових бібліотек, кожна з яких виконує свою функцію в загальній структурі програми.

Основою чисельних обчислень є бібліотека NumPy, яка забезпечує ефективну роботу з багатовимірними масивами даних і дозволяє виконувати математичні операції над ними у векторизованому вигляді. Завдяки цьому значно зменшується кількість явних циклів у програмі, що позитивно впливає на швидкодію. Крім того, NumPy забезпечує повноцінну підтримку комплексних чисел, що є критично важливим для даної задачі, оскільки більшість фізичних величин, пов'язаних із змінними електромагнітними полями, мають як амплітудну, так і фазову складову.

Для реалізації спеціальних математичних функцій використовується бібліотека SciPy, а саме її модуль спеціальних функцій. У рамках даної задачі ключову роль відіграють функції Бесселя, які виникають при розв'язанні

диференціальних рівнянь у циліндричних координатах. Ці функції не мають простого аналітичного вигляду, тому їх чисельне обчислення потребує використання спеціалізованих алгоритмів. Використання готових реалізацій із бібліотеки SciPy дозволяє забезпечити високу точність і надійність результатів без необхідності самостійної реалізації складних математичних процедур.

Візуалізація отриманих результатів здійснюється за допомогою бібліотеки Matplotlib. Вона дозволяє будувати графіки різного типу, налаштовувати їх зовнішній вигляд, додавати підписи, сітки та легенди. У контексті даної програми візуалізація є важливою складовою, оскільки вона дозволяє наочно продемонструвати фізичні закономірності, які складно оцінити лише за числовими даними.

Алгоритм роботи програми побудований за логічною послідовністю етапів, що відповідають фізичному змісту задачі. На першому етапі задаються основні параметри провідника та середовища. До них належать геометричні характеристики, такі як радіус і довжина провідника, а також фізичні параметри матеріалу – електропровідність і магнітна проникність. Крім того, визначається діапазон частот, у якому буде проводитися дослідження. Використання широкого діапазону частот дозволяє проаналізувати поведінку системи як у низькочастотному, так і у високочастотному режимах.

Після задання початкових параметрів виконується обчислення допоміжної величини, яка характеризує глибину проникнення струму в провідник. Ця величина залежить від частоти сигналу та властивостей матеріалу і визначає, наскільки глибоко струм може проникати всередину провідника. На низьких частотах ця глибина є великою, і струм розподіляється практично рівномірно по всьому перерізу. На високих частотах вона значно зменшується, і струм концентрується в тонкому приповерхневому шарі.

Наступним етапом є розрахунок радіального розподілу густини струму. Для цього формується набір точок, що рівномірно розподілені від центра провідника до його поверхні. Для кожної з цих точок обчислюється значення густини струму. Оскільки задача має осеву симетрію, розгляд обмежується

лише залежністю від радіальної координати, що значно спрощує обчислення. Отримані значення є комплексними, що дозволяє врахувати як зміну амплітуди струму, так і фазові зсуви. Для подальшого аналізу, як правило, використовується модуль цієї величини, який характеризує інтенсивність струму в кожній точці.

Після цього виконується розрахунок комплексного імпедансу провідника. Для цього формується масив частот, розподілений за логарифмічним законом. Такий підхід дозволяє більш детально дослідити поведінку системи в широкому діапазоні значень. Для кожної частоти обчислюється значення імпедансу, яке враховує як активні втрати енергії, пов'язані з нагріванням провідника, так і реактивні властивості, обумовлені наявністю магнітного поля. Результат подається у вигляді комплексного числа.

На наступному кроці комплексний імпеданс розкладається на дійсну та уявну складові. Дійсна частина відповідає активному опору провідника, який визначає втрати енергії, тоді як уявна частина характеризує реактивну складову, пов'язану з накопиченням енергії в електромагнітному полі. Додатково обчислюється модуль імпедансу, який дозволяє оцінити повний опір провідника змінному струму.

Завершальним етапом роботи програми є візуалізація результатів. Будується графік розподілу густини струму по радіусу провідника, який наочно демонструє прояв скін-ефекту. Також будуються графіки залежності модуля імпедансу, а також його складових від частоти. Використання логарифмічної шкали для частоти дозволяє зручно відобразити зміни характеристик у широкому діапазоні значень і виявити характерні ділянки поведінки системи.

Важливою особливістю програми є використання комплексної арифметики на всіх етапах обчислень. Це дозволяє коректно врахувати фазові співвідношення між фізичними величинами, що є принципово важливим для аналізу змінних електромагнітних процесів. Крім того, застосування

векторизованих операцій забезпечує високу ефективність обчислень навіть при великій кількості точок дискретизації.

Таким чином, розроблена програма є зручним і ефективним інструментом для дослідження скін-ефекту та аналізу електричних характеристик провідників у широкому діапазоні частот. Вона може бути використана як у навчальних цілях для ілюстрації фізичних процесів, так і в інженерній практиці для оцінки поведінки реальних електротехнічних систем.

Нижче наведено сам програмний код:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.special import jv # Функції Бесселя

# =====
# ПАРАМЕТРИ ПРОВІДНИКА
# =====

радіус = 1e-3          # Радіус дроту (м)
провідність = 5.8e7     # Електропровідність (См/м) — мідь
магн_стала = 4 * np.pi * 1e-7
відн_проникність = 1    # Відносна магнітна проникність
магн_проникність = магн_стала * відн_проникність

густина_на_поверхні = 1.0 # Нормована густина струму

довжина = 1.0          # Довжина провідника (м)
R0 = довжина / (провідність * np.pi * радіус**2) # Статичний опір

# =====
# ФУНКЦІЇ
# =====
```

```
def глибина_скін_шару(кутова_частота):
    """
    Обчислення глибини скін-ефекту
     $\delta = \sqrt{2 / (\omega \mu \sigma)}$ 
    """
    return np.sqrt(2 / (кутова_частота * магн_проникність * провідність))
```

```
def густина_струму(радіус_всередині, кутова_частота):
    """
    Формула (2.9):
    Радіальний розподіл густини струму
    """
     $\delta = \text{глибина\_скін\_шару(кутова\_частота)}$ 

     $z = (1 + 1j) * \text{радіус\_всередині} / \delta$ 
     $z\_поверхні = (1 + 1j) * \text{радіус} / \delta$ 

    return густина_на_поверхні *  $jv(0, z) / jv(0, z\_поверхні)$ 
```

```
def імпеданс(кутова_частота):
    """
    Формула (2.13):
    Комплексний імпеданс провідника
    """
     $\delta = \text{глибина\_скін\_шару(кутова\_частота)}$ 
     $z = (1 + 1j) * \text{радіус} / \delta$ 
```

```

return R0 * ((1 + 1j) * радіус / (2 * δ)) * (jv(0, z) / jv(1, z))

# =====
# РОЗРАХУНОК РОЗПОДІЛУ СТРУМУ
# =====

частота = 1e5 # 100 кГц
ω = 2 * np.pi * частота

радіуси = np.linspace(0, радіус, 200)
густина = густина_струму(радіуси, ω)

# =====
# РОЗРАХУНОК ІМПЕДАНСУ
# =====

частоти = np.logspace(1, 8, 200)
ω_масив = 2 * np.pi * частоти

Z = np.array([імпеданс(w) for w in ω_масив])

модуль_Z = np.abs(Z)
дійсна_Z = np.real(Z)
уявна_Z = np.imag(Z)

# =====
# ПОБУДОВА ГРАФІКІВ
# =====

```

```
plt.figure(figsize=(12, 8))
```

```
# --- 1. Розподіл густини струму ---
```

```
plt.subplot(2, 2, 1)
```

```
plt.plot(радіуси * 1e3, np.abs(густина))
```

```
plt.title("Радіальний розподіл густини струму  $|J(r)|$ ")
```

```
plt.xlabel("Радіус  $r$  (мм)")
```

```
plt.ylabel(" $|J|$ ")
```

```
plt.grid()
```

```
# --- 2. Модуль імпедансу ---
```

```
plt.subplot(2, 2, 2)
```

```
plt.loglog(частоти, модуль_Z)
```

```
plt.title("Модуль імпедансу  $|Z(f)|$ ")
```

```
plt.xlabel("Частота (Гц)")
```

```
plt.ylabel(" $|Z|$ ")
```

```
plt.grid()
```

```
# --- 3. Дійсна частина ---
```

```
plt.subplot(2, 2, 3)
```

```
plt.semilogx(частоти, дійсна_Z)
```

```
plt.title("Активний опір  $\text{Re}(Z)$ ")
```

```
plt.xlabel("Частота (Гц)")
```

```
plt.ylabel("Опір")
```

```
plt.grid()
```

```
# --- 4. Уявна частина ---
```

```
plt.subplot(2, 2, 4)
```

```
plt.semilogx(частоти, уявна_Z)
```

```
plt.title("Реактивна складова  $\text{Im}(Z)$ ")
```



```
plt.xlabel("Частота (Гц)")
plt.ylabel("Реактивний опір")
plt.grid()

plt.tight_layout()
plt.show()
```

3.2 Радіальний розподіл густини струму.

На рис. 3.1 побудовано графік радіального розподілу густини струму згідно рівняння (2.9) для різних значень δ та γ .

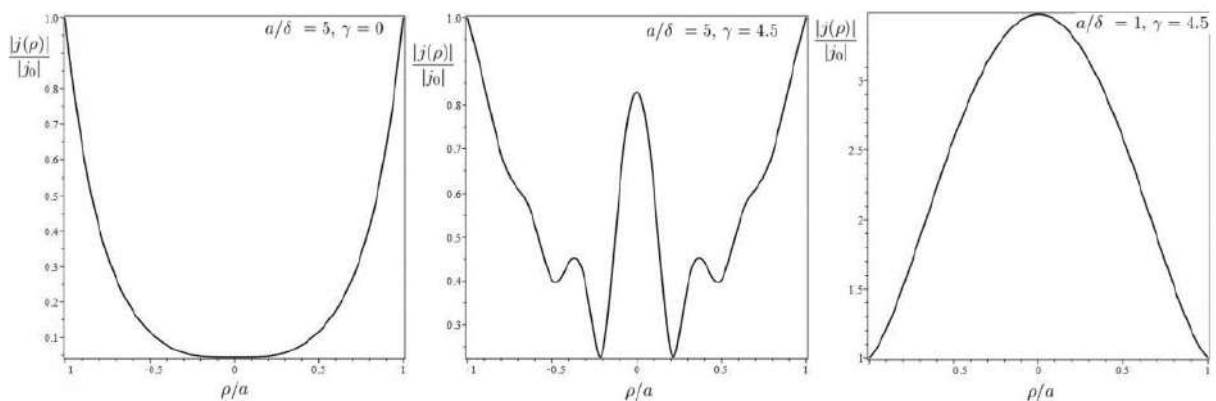


Рисунок 3.1 – Амплітуда густини струму $|j(\rho)|$ нормована до її величини j_0 на поверхні дроту для різних значень δ та γ

При $\gamma \rightarrow 0$ (гарні провідники з дуже великими значеннями σ) має місце звичайний скін-ефект (ліва частина рис. 3.1), який повністю визначається другим членом у рівнянні (2.5).

Для відносно великих значень γ та малих співвідношень a/δ (погані провідники з відносно малим радіусом a), третій член у рівнянні (2.5) відіграє домінуючу роль. У випадку провідників (γ має скінченне значення), це призводить до інверсного (оберненого) скін-ефекту, коли електричний струм зосереджений переважно в центральній частині дроту (права частина рис. 3.1).

У загальному випадку існує накладання внеску другого і третього членів в рівнянні (2.5), що призводить до виникнення досить складної картини розподілу густини струму (середня частина рис. 3.1).

На рис. 3.2 зображено розподіл фазового зсуву $\varphi_0(\rho)$ для різних значень δ та γ . Для значного скін-ефекту ($a/\delta \gg 1$) існує набір стрибкових розривів, що супроводжуються різкими змінами фазового зсуву на 2π (ліва та середня частини рис. 3.2) [1].

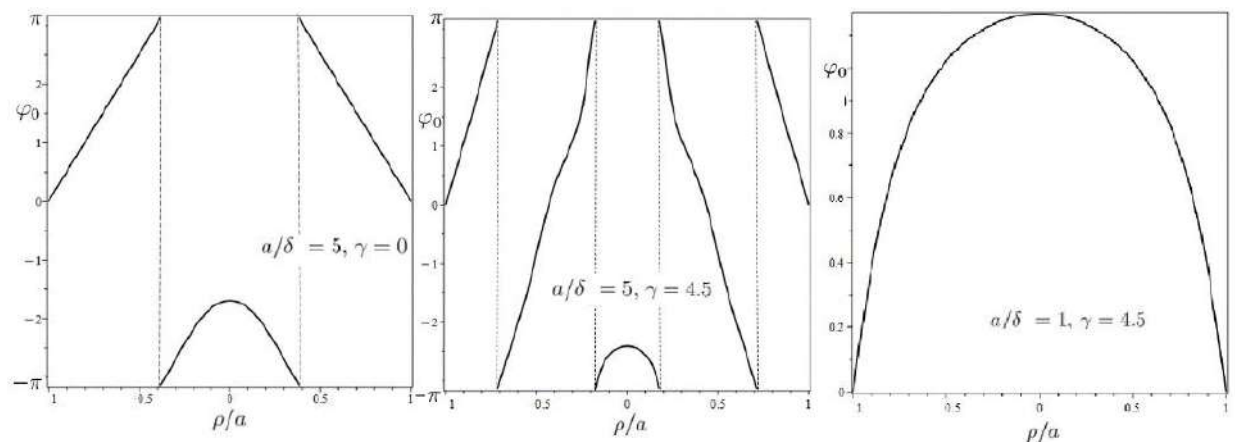


Рисунок 3.2 – Фазовий зсув $\varphi_0(\rho)$ для різних значень δ та γ

Ці розриви пов'язані з нулями уявної частини функції Бесселя (2.9), які існують одночасно з від'ємними значеннями її дійсної частини. Кількість цих розривів збільшується зі збільшенням відношення a/δ . Як наслідок цих розривів, радіальна залежність миттєвої густини струму є осцилюючою функцією (рис. 3.3) [1].

3.3 Частотна залежність опору провідника.

На рис. 3.4 показано поведінку внутрішнього імпедансу суцільного циліндричного провідника з чистої міді при 20°C з двома різними радіусами провідника та провідністю $\sigma = 5,9 \cdot 10^7$ 1/(Ом · м). Видно, що зростання загального опору із частотою є більш вираженим для дротів великого діаметра.

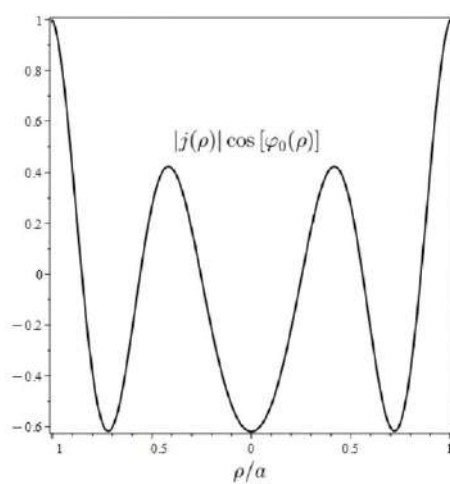


Рисунок 3.3 – Залежність миттєвої густини струму від ρ для $t = 0$, $a/\delta = 5$ та $\gamma = 4,5$

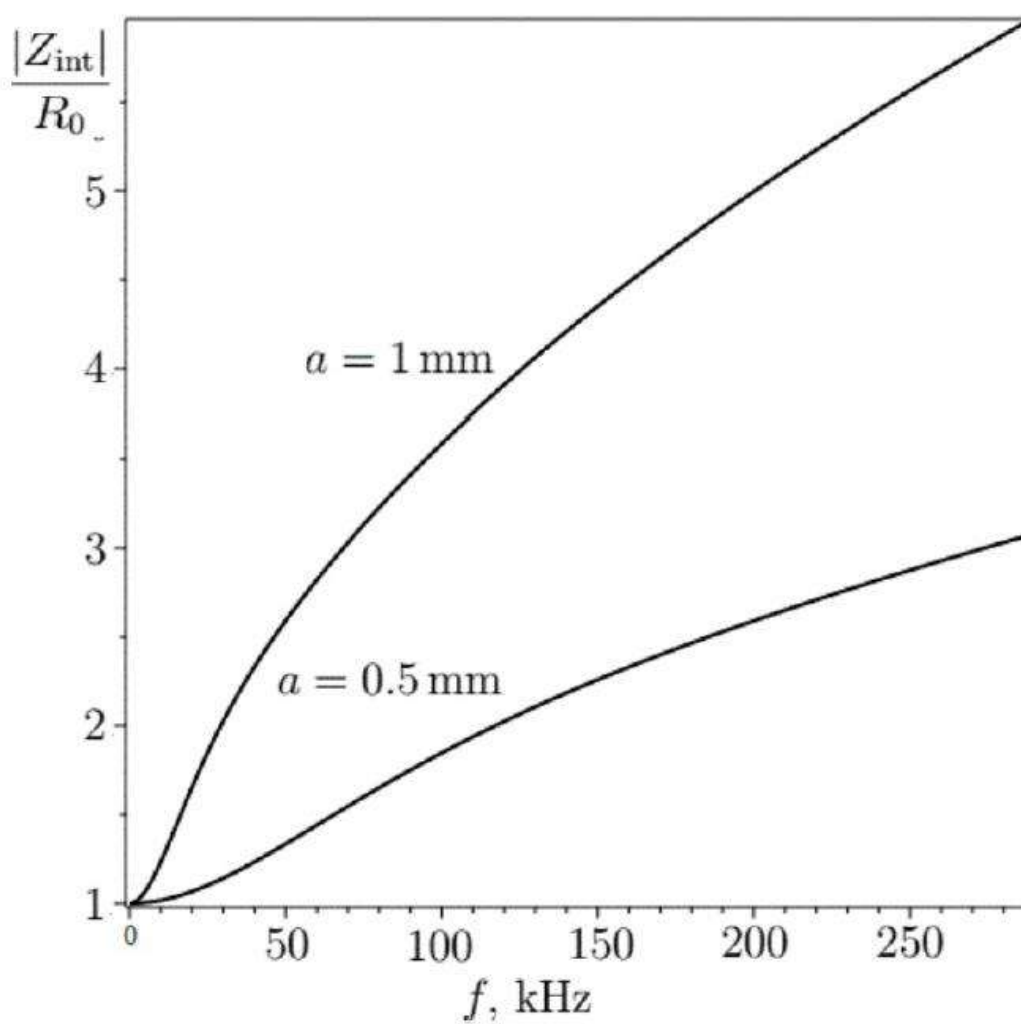


Рисунок 3.4 – Залежність $|Z_{\text{int}}|(f)$ для мідного дроту при 20°C

У граничному випадку $\omega \rightarrow 0$ (низькочастотне наближення) слід покласти $\gamma = 0$ у рівнянні (2.13) та розглядати Z_{int} як функцію суто уявного аргументу, абсолютне значення якого є близьким до нуля. У цьому випадку можна скористатися розкладанням Тейлора для відношення функцій Бесселя у рівнянні (2.13) та дістати [5]:

$$Z_{\text{int}}(\omega) \approx R_0 - i\omega L_0, \quad (3.1)$$

де $L_0 = \mu\mu_0 l / (8\pi)$ – низькочастотна внутрішня індуктивність дроту довжиною l .

Таким чином, квазістаціонарний струм – це змінний струм за якого активний опір та індуктивність провідника не залежать від частоти.

При $\omega \rightarrow \infty$, $\sigma \rightarrow \infty$, $\omega/\sigma \rightarrow 0$ (високочастотне наближення або сильний скін-ефект для гарних провідників), відношення функцій Бесселя в рівнянні прямує до $-i$ [5]. Отже,

$$Z_{\text{int}}(\omega) \approx \frac{R_0 a}{2\delta} (1 - i). \quad (3.2)$$

Звідси випливає, що на високих частотах активний опір та абсолютне значення внутрішнього індуктивного опору гарних провідників є приблизно однаковими, і пропорційними квадратному кореню з прикладеної частоти. На рис. 3.5 побудовано графіки частотної залежності нормалізованих активної та реактивної складової загального опору мідного дроту при 20°C для двох різних радіусів провідника.

На рис. 3.6 наведено частотну залежність внутрішнього імпедансу та його складових для стовпчику солонуватої води (поганий провідник з $\sigma = 0,1 \text{ 1/(Ом} \cdot \text{м)}$) з радіусом $a = 1 \text{ см}$.

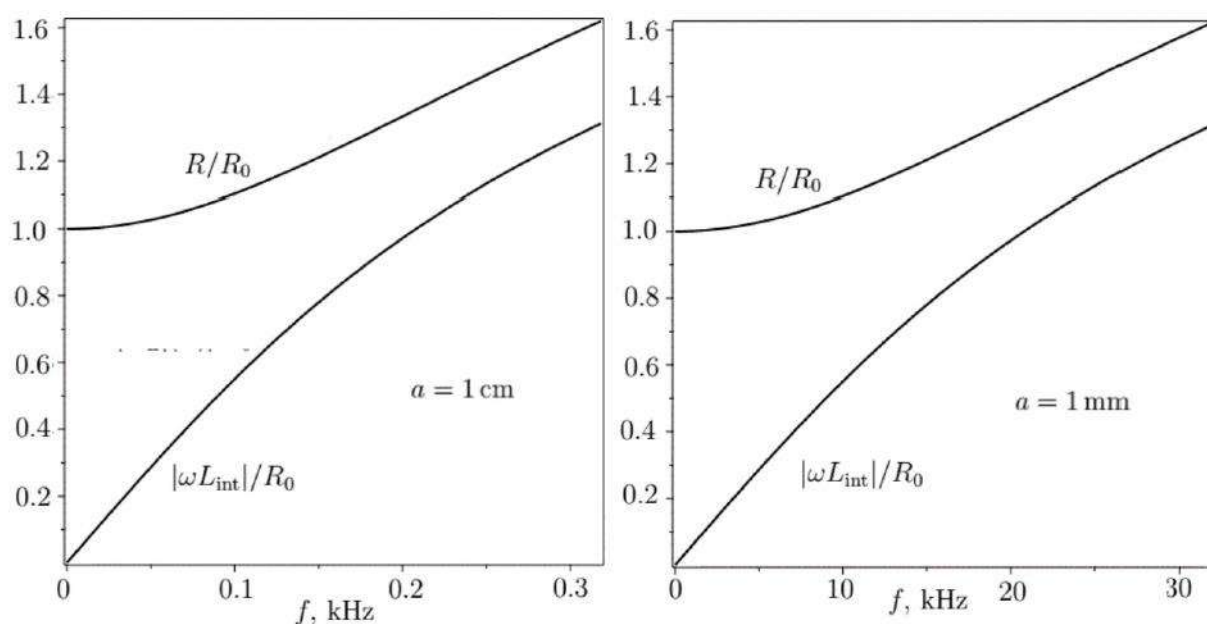


Рисунок 3.5 – Частотні залежності нормалізованих активної та реактивної складової загального опору мідного дроту при 20°C

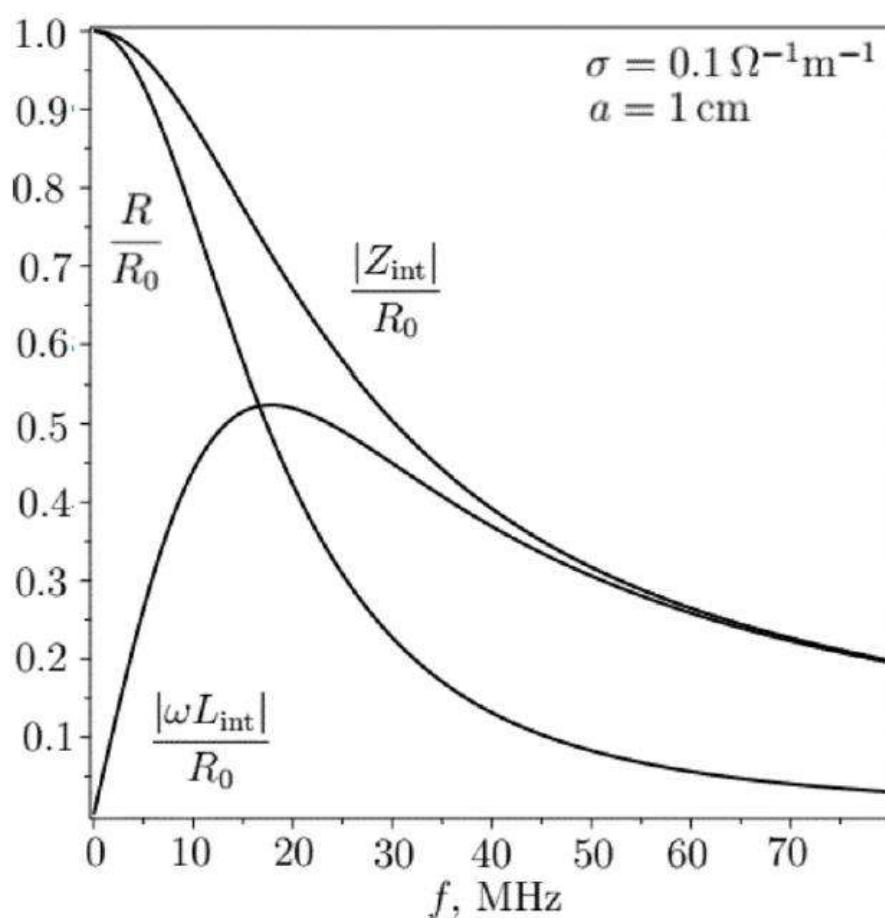


Рисунок 3.6 – Частотні залежності внутрішнього імпедансу та його складових для стовпчика солонуватої води

Видно, що на високих частотах, на відміну від гарних провідників, усі ці величини є монотонно спадними функціями частоти змінного струму. Ця закономірність вже була експериментально виявлена в германієвих пластинах [6] і може бути пояснена існуванням оберненого скін-ефекту. Більше того, внутрішній індуктивний опір сягає максимуму за деякого проміжного значення частоти.

3.4 Висновки

Виявлено, що у випадку поганих провідників циліндричної форми з відносно малим радіусом має місце інверсний (обернений) скін-ефект, коли електричний струм зосереджений переважно в центральній частині дроту. Показано, що радіальна залежність миттєвої густини струму є осцилюючою функцією. Доведено, що зростання загального опору гарних провідників із частотою є більш вираженим для дротів великого діаметра. На високих частотах їхній активний опір та абсолютне значення внутрішнього індуктивного опору є приблизно однаковими, і пропорційними квадратному кореню з прикладеної частоти. У випадку поганих провідників та високих частот, усі ці величини є монотонно спадними функціями частоти змінного струму.

4. ОХОРОНА ПРАЦІ

4.1 Організація служби охорони праці на підприємстві

До основних складових охорони праці належать: створення безпечних умов праці; проведення інструктажів і навчання з техніки безпеки; забезпечення працівників засобами індивідуального захисту; контроль за дотриманням норм і правил безпеки та профілактика виробничого травматизму.

В Україні поняття охорони праці регулюється Законом України «Про охорону праці». Зокрема, статтею 4 цього Закону реалізується державна політика у галузі охорони праці, яка спрямована на створення належних, безпечних і здорових умов праці, запобігання нещасним випадкам та професійним захворюванням.

Державна політика у галузі охорони праці базується на принципах:

- пріоритету життя і здоров'я працівників та повної відповідальності роботодавця за створення належних, безпечних і здорових умов праці;
- соціального захисту працівників, повного відшкодування шкоди особам, які потерпіли від нещасних випадків на виробництві та професійних захворювань тощо [5].

Таким чином, одним із заходів, спрямованих на гарантування безпеки праці, є створення на підприємстві служби охорони праці. Форма, у якій вона створюється та функціонує, залежить від кількості працівників, що працюють на підприємстві.

Створення служби охорони праці на підприємствах будь-якої форми власності передбачено ст. 15 Закону України «Про охорону праці» і є обов'язком роботодавця.

На підприємствах, де чисельність працівників не перевищує 50 осіб, створення окремої служби охорони праці не є обов'язковою вимогою та часто є недоцільним. У таких випадках виконання її функцій може бути покладено

на працівників за сумісництвом, за умови наявності у них відповідної освіти та професійної підготовки.

Діяльність служби охорони праці спрямована на забезпечення безпечних і здорових умов праці, збереження життя та здоров'я працівників під час виконання ними службових обов'язків. Основним завданням цієї служби є організація та контроль виконання вимог законодавства України у сфері охорони праці.

Крім того, служба охорони праці здійснює контроль за дотриманням роботодавцем вимог нормативно-правових актів з охорони праці. Для реалізації своїх повноважень вона має право надавати керівникам структурних підрозділів обов'язкові до виконання приписи щодо усунення виявлених порушень, а також отримувати необхідну інформацію, документи та інші матеріали з питань охорони праці.

До основних функцій служби охорони праці належать:

- формування та впровадження ефективної системи управління охороною праці, спрямованої на вдосконалення діяльності структурних підрозділів і посадових осіб;
- розроблення спільно з підрозділами підприємства заходів щодо забезпечення та підвищення рівня безпеки праці, виробничої санітарії та гігієни праці;
- підготовка та супровід розділу «Охорона праці» у колективному договорі.

Для належного виконання покладених завдань служба охорони праці повинна бути забезпечена необхідними інформаційними ресурсами, сучасними засобами зв'язку, комп'ютерною та організаційною технікою, а також кваліфікованими фахівцями відповідного профілю.

Отже, створення та належна організація роботи служби охорони праці є важливими не лише для дотримання законодавчих вимог, а й для зниження ризиків притягнення роботодавця до відповідальності за порушення норм безпеки праці. Також служба забезпечує виконання таких важливих функцій,

як ведення документації з охорони праці, проведення інструктажів, організація навчання та перевірки знань працівників з питань охорони праці [6].

4.2 Шкідливі фактори на робочому місці та способи боротьби з ними

Шкідливі виробничі фактори - це чинники, які можуть негативно впливати на здоров'я працівників, викликаючи професійні захворювання.

Небезпечні та шкідливі виробничі фактори за природою дії поділяються на такі групи: фізичні, хімічні, біологічні і психофізіологічні.

До фізичних виробничих факторів належать різноманітні небезпечні та шкідливі впливи виробничого середовища, зокрема рухомі машини й механізми, відкриті рухомі частини обладнання, підвищена концентрація пилу та шкідливих газів у повітрі робочої зони, надмірно високі або низькі температури поверхонь устаткування, підвищений рівень шуму, вібрації та ультразвукових коливань. До цієї групи також відносять несприятливі показники вологості повітря, небезпечну електричну напругу, що може пройти через тіло людини, а також недостатнє освітлення робочих місць.

Хімічні фактори поділяються на декілька категорій залежно від характеру їх впливу на організм людини. До загальнотоксичних належать речовини, які негативно впливають на центральну нервову систему та органи кровотворення, зокрема сірководень, бензол, спирти, оксид вуглецю та ароматичні вуглеводні. Подразнювальні речовини спричиняють ушкодження слизових оболонок очей, носоглотки, дихальних шляхів і шкіри; до них належать пари кислот і лугів, аміак, оксиди азоту та сірчистий ангідрид. Сенсibiliзуючі речовини здатні викликати підвищену чутливість організму навіть після короткочасного впливу; прикладами є ртуть, альдегіди та деякі амінні й ароматичні сполуки. Окрему групу становлять канцерогенні речовини, які можуть спричиняти розвиток злоякісних новоутворень. До них належать продукти переробки нафти, сажа, дьоготь і кам'яновугільна смола.

До біологічних факторів відносяться живі організми та продукти їх життєдіяльності, здатні викликати захворювання у працівників. Серед них – бактерії, віруси, інші мікроорганізми, а також окремі представники рослинного і тваринного світу.

Психофізіологічні фактори характеризуються впливом трудового процесу на фізичний та психоемоційний стан людини. Вони охоплюють фізичні перевантаження статичного, динамічного та гіподинамічного характеру, а також нервово-психічні навантаження, пов'язані з інтенсивною розумовою діяльністю, монотонністю роботи, підвищеною відповідальністю та емоційним напруженням.

Суттєву загрозу для здоров'я працівників становлять також шкідливі речовини, які використовуються у виробничій діяльності. За неналежної організації праці вони можуть спричиняти гострі або хронічні отруєння, а також розвиток професійних захворювань.

Ефективним способом боротьби зі шкідливими виробничими факторами є їх попередження ще на етапі організації виробництва. Цього можна досягти шляхом упровадження сучасних технологій, що зменшують викиди небезпечних речовин у повітря та воду, а також завдяки раціональній організації робочих процесів, яка мінімізує контакт працівників із небезпечними речовинами та матеріалами.

Важливе значення має застосування засобів колективного та індивідуального захисту. Для забезпечення безпеки працівників використовують респіратори, захисні окуляри, навушники, спеціальний одяг та інші засоби, призначені для зменшення впливу небезпечних факторів виробничого середовища.

Не менш важливим напрямом профілактики є підвищення рівня обізнаності працівників щодо питань безпеки та гігієни праці. Для цього необхідно регулярно проводити навчання, інструктажі, тренінги та семінари, а також забезпечувати доступ до інформації про можливі ризики та способи їх попередження.

Після виявлення шкідливих факторів слід розробляти та впроваджувати технологічні рішення, спрямовані на їх усунення або зниження рівня впливу. Це може включати встановлення систем очищення повітря, шумоізоляційного обладнання, пиловловлювальних установок, а також удосконалення організації праці з метою зменшення фізичного та психоемоційного навантаження на працівників.

Отже, забезпечення захисту від шкідливих виробничих факторів є комплексним завданням, яке потребує системного підходу, постійного контролю та впровадження профілактичних заходів. Лише поєднання сучасних технологій, ефективних засобів захисту та належної підготовки персоналу дозволяє створити безпечні та комфортні умови праці для всіх учасників виробничого процесу [3].

4.3 Різновиди виробничого освітлення

Освітлення є одним із ключових чинників формування комфортного та безпечного середовища в будь-якому приміщенні. Воно забезпечує можливість виконання виробничих і повсякденних завдань, а також суттєво впливає на самопочуття людини, її працездатність, стан здоров'я та сприйняття навколишнього простору.

За джерелом світла виробниче освітлення поділяється на природне, штучне та суміщене. Природне освітлення формується за рахунок прямих сонячних променів і розсіяного світла небосхилу. Штучне освітлення створюється за допомогою електричних джерел світла. Суміщене освітлення застосовується у випадках, коли рівень природного освітлення не відповідає встановленим нормам і потребує додаткового використання штучних джерел світла.

Природне освітлення може бути боковим, верхнім або комбінованим. Бокове освітлення забезпечується через світлові прорізи у зовнішніх стінах будівлі та може бути одностороннім або двостороннім. Верхнє освітлення

надходить через світлові ліхтарі, отвори в покрівлі чи перекриттях. Комбіноване природне освітлення поєднує переваги бокового та верхнього освітлення.

Штучне освітлення поділяється на загальне та комбіноване. Загальне освітлення створюється світильниками, розташованими у верхній частині приміщення на висоті не менше 2,5 метра від рівня підлоги. Комбіноване освітлення передбачає поєднання загального та місцевого освітлення і застосовується переважно під час виконання робіт підвищеної точності або коли необхідно забезпечити певний напрямок світлового потоку. Місцеве освітлення організовується за допомогою світильників, які спрямовують світло безпосередньо на робочу зону. Використання лише місцевого освітлення не допускається через підвищення ризику виробничого травматизму та виникнення професійних захворювань.

Залежно від призначення штучне освітлення поділяється на робоче, аварійне, евакуаційне, охоронне та чергове.

Робоче освітлення є основним видом освітлення, що забезпечує нормальне виконання виробничих процесів, пересування працівників та рух транспорту. Воно є обов'язковим для всіх виробничих приміщень.

Аварійне освітлення використовується у випадках раптового відключення робочого освітлення, коли припинення роботи може призвести до виникнення аварійних ситуацій, пожеж, вибухів, отруєнь людей або порушення технологічного процесу.

Евакуаційне освітлення призначене для безпечного виходу людей із приміщень у разі аварійного відключення основного освітлення. Воно встановлюється в місцях із підвищеною небезпекою пересування, у проходах, виробничих приміщеннях із чисельністю персоналу понад 50 осіб, а також у допоміжних будівлях, де одночасно можуть перебувати понад 100 людей.

Охоронне освітлення організовується по периметру територій, що перебувають під охороною в нічний час, з метою забезпечення належного контролю та безпеки об'єкта.

Чергове освітлення використовується у неробочий час. Для його забезпечення, як правило, застосовується частина світильників, що входять до складу інших систем штучного освітлення.

Якість освітлення виробничих приміщень має безпосередній вплив на рівень безпеки праці. Недостатня або неправильно організована освітленість часто стає причиною виробничих травм і нещасних випадків. Раціонально організоване освітлення повинно відповідати низці вимог: забезпечувати достатній рівень освітленості робочих місць, бути рівномірним, не створювати різких тіней, не викликати засліплення працівників та забезпечувати оптимальний напрямок світлового потоку для виконання виробничих операцій.

Отже, щоб розрахувати освітлення на робочому місці застосовується метод коефіцієнта використання, для чого за формулою (4.1) розраховується висота встановленого світильника:

$$h = H - (h_p + h_c), \quad (4.1)$$

де H – висота приміщення, м;

h_p – відстань робочої поверхні від підлоги становить 0,7 м;

h_c – відстань (звис) світильника від стелі становить 0,2 м.

$$h = 2,9 - (0,7 + 0,2) = 2 \text{ м.}$$

За формулою (4.2) визначається величина світлового потоку на даному робочому місці:

$$\Phi = \frac{E \cdot S \cdot K_3 \cdot z}{N \cdot n \cdot \eta}, \text{ лм} \quad (4.2)$$

де E – задана мінімальна освітленість, лк (прийняти 100 лк);

K – коефіцієнт запасу, дорівнює 1,5;

S – площа освітлення, m^2 ;

z – коефіцієнт нерівномірності освітлення, для люмінесцентних ламп $z=1,1$;

N – кількість світильників;

n – кількість ламп у світильнику;

η – коефіцієнт використання світлового потоку в частках одиниці - табличне значення, яке визначається з урахуванням показника приміщення i , який визначається за формулою (4.3):

$$i = \frac{A \cdot B}{h \cdot (A + B)}, \quad (4.3)$$

де A - довжина даного приміщення, м.

B - ширина даного приміщення, м.

$$i = \frac{4,2 \cdot 6,5}{2 \cdot (4,2 + 6,5)} = 1,28$$

За формулою (4.4) розраховується відстань між світильниками у приміщенні:

$$L = 1,5h. \quad (4.4)$$

Кількість світильників N розраховується за формулою (4.5):

$$N = \frac{(A \cdot B)}{L^2}, \quad (4.5)$$

де L - відстань між рядами світильників;

Далі визначається потужність освітлюваного пристрою, використовуючи формулу (4.6):

$$P_y = P_l N, \quad (4.6)$$

де P_l – потужність обраної лампи, Вт.

Після цього визначається освітленість у приміщенні, враховуючи розраховану кількість світильників N [9].

$$L = 1,5 \cdot 2 = 3 \text{ м.}$$

$$N = \frac{4,2 \cdot 6,5}{3^2} = 3,03$$

$$\Phi = \frac{100 \cdot 27,3 \cdot 1,5 \cdot 1,1}{3,03 \cdot 2 \cdot 0,6} = 1238 \text{ лм}$$

$$P_y = 27,3 \cdot 2 \cdot 2 = 109,2 \text{ Вт.}$$

Здійснивши такі розрахунки, видно, що визначеному світловому потоку 1238 лм відповідає лампа Lemanso LED A60 12W E27 1200 lm 4000K. Така світлодіодна лампа має певні переваги, що обумовлюють її широке застосування у сучасних системах освітлення. Насамперед, вона характеризується високою енергоефективністю: при споживанні електричної потужності на рівні 10 - 12 Вт така лампа забезпечує світловий потік, еквівалентний традиційній лампі розжарювання потужністю близько 100 Вт, що дозволяє значно зменшити витрати електроенергії та підвищити загальну енергоефективність освітлювальних систем.

Важливою перевагою такої лампи є також тривалий термін експлуатації, який у середньому становить 25 000 - 30 000 годин, що перевищує показник інших приладів, тим самим зменшуючи потребу у частій заміні ламп. До того

ж, світлодіодні лампи відзначаються високою надійністю та стійкістю до механічних впливів.

Ще однією суттєвою характеристикою даної лампи є якість світла, так як колірна температура близько 4000 К забезпечує нейтральне біле освітлення, яке є комфортним для зорового сприйняття та сприяє підвищенню продуктивності праці, а індекс передачі кольору на рівні не нижче 80 гарантує точне відтворення кольорів освітлюваних об'єктів.

Обрана світлодіодна лампа також є екологічно безпечною, оскільки не містить шкідливих речовин, зокрема, ртуті та не потребують спеціальних умов утилізації. Також вона характеризується низьким рівнем тепловиділення, що підвищує рівень пожежної безпеки та знижує навантаження на системи кондиціонування.

Таким чином, використання світлодіодних ламп із заданим світловим потоком є економічно доцільним, енергозберігаючим та екологічно обґрунтованим рішенням для організації ефективного освітлення у приміщенні.

4.4 Висновки

У даному розділі було розглянуто теоретичні та практичні засади організації охорони праці на підприємстві відповідно до чинного законодавства України, зокрема Закону України «Про охорону праці». Встановлено, що ефективна система охорони праці є невід'ємною складовою діяльності будь-якого підприємства та спрямована на збереження життя, здоров'я і працездатності працівників у процесі трудової діяльності.

Проаналізовано основні принципи державної політики у сфері охорони праці, серед яких визначальним є пріоритет життя і здоров'я працівників, а також повна відповідальність роботодавця за створення безпечних умов праці.

Обґрунтовано необхідність створення служби охорони праці, визначено її функції, завдання та особливості функціонування.

Особливу увагу приділено аналізу шкідливих та небезпечних виробничих факторів, їх класифікації та впливу на організм людини. Визначено основні методи боротьби з ними, серед яких пріоритетними є впровадження сучасних технологій, застосування засобів індивідуального та колективного захисту, а також систематичне навчання працівників з питань безпеки праці.

Розглянуто питання організації виробничого освітлення як важливого чинника забезпечення безпеки праці. Проведено розрахунок освітлення, що показав доцільність використання сучасних приладів, які забезпечують необхідний рівень освітленості, енергоефективність та комфортні умови праці на робочому місці.

Отже, реалізація комплексу організаційних, технічних та санітарно-гігієнічних заходів з охорони праці дозволяє мінімізувати виробничі ризики, знизити рівень травматизму та професійних захворювань, а також підвищити ефективність діяльності підприємства в цілому.

ВИСНОВКИ

У ході виконання дипломної роботи було проведено комплексне дослідження особливостей скін-ефекту в середовищах із малими та великими значеннями питомої електричної провідності..

У першому розділі було встановлено, що модель квазістаціонарного струму є ефективним наближенням для аналізу електричних кіл змінного струму за умов, коли довжина провідника є значно меншою за довжину електромагнітної хвилі, а частоти не надто високі. У межах цієї моделі обґрунтовано можливість нехтування струмами зміщення та втратами на випромінювання, що суттєво спрощує аналіз процесів у колах.

У методичному розділі розвинено теорію високочастотного скін-ефекту у випадку довільного значення електричної провідності середовища. Отримано вирази для радіального розподілу густини струму та високочастотного імпедансу циліндричного провідника. Обидва співвідношення є зручними для числових розрахунків за допомогою сучасного математичного програмного забезпечення (наприклад, Maplesoft або Wolfram Mathematica).

У дослідницькій частині дипломної роботи було виявлено, що у випадку поганих провідників циліндричної форми з відносно малим радіусом має місце інверсний (обернений) скін-ефект, коли електричний струм зосереджений переважно в центральній частині дроту. Показано, що радіальна залежність миттєвої густини струму є осцилюючою функцією. Доведено, що зростання загального опору гарних провідників із частотою є більш вираженим для дротів великого діаметра. На високих частотах їхній активний опір та абсолютне значення внутрішнього індуктивного опору є приблизно однаковими, і пропорційними квадратному кореню з прикладеної частоти. У випадку поганих провідників та високих частот, усі ці величини є монотонно спадними функціями частоти змінного струму

Окремо було приділено увагу питанням охорони праці – розглянуто питання організації виробничого освітлення, наведено розрахунки освітлення, робочого місця, проаналізовано основи державної політики у сфер охорони праці, шкідливі та небезпечні фактори (напруження зору, електромагнітне випромінювання, статична електрика, шум тощо).

У результаті виконаної роботи підтверджено складний характер радіального розподілу густини електричного струму в циліндричних провідниках із довільними значеннями питомої електропровідності.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бакаєв В. Г., Сердюк М. С. Основи відновлюваної енергетики : навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2019. 198 с.
2. Гребеньков С. П., Шапошник В. І. Фізичні основи сонячних енергетичних установок. Харків : ХНАДУ, 2018. 276 с.
3. Гродецький А. Ю. Методи та засоби захисту від шкідливих виробничих факторів. *Радіoeлектроніка та молодь у XXI столітті* : матеріали 28-го Міжнар. молодіж. форуму (Харків, 16–18 квіт. 2024 р.). Харків : ХНУРЕ, 2024. Т. 2. С. 149–150.
4. Загородній Ю. А. Основи електроніки сонячних енергосистем. Київ : АртЕк, 2021. 164 с.
5. Про охорону праці : Закон України від 14.10.1992 № 2694-ХІІ. URL: (дата звернення: 20.05.2026).
6. Ізгородін В. А. Охорона праці на підприємстві. Практичний посібник з розробки та ведення документації : навчальний посібник. Київ, 2023. 440 с.
7. Ільченко С. М., Сахнюк В. І. Альтернативна енергетика : навч. посіб. Київ : НТУУ «КПІ», 2020. 224 с.
8. Калюжний А. М. Сонячна енергетика : підручник. Київ : НАУ-друк, 2020. 312 с.
9. Кузнецов С. І. Методичні рекомендації до написання розділу «Охорона праці» в дипломних роботах підготовки фахівців на першому (бакалаврському) рівні вищої освіти для всіх спеціальностей, всіх освітньо-професійних програм, всіх факультетів. Херсон, 2022. 31 с.
10. Литвиненко Ю. О. Фотоелектричні перетворювачі: принципи дії, типи, моделювання. Дніпро : ДНУ, 2019. 132 с.
11. Тарасюк О. М. Моделювання систем відновлюваної енергетики у MATLAB/Simulink. Львів : ЛНУ, 2021. 144 с.

12. Шевченко С. А., Поліщук О. П. Фотоелектричні системи в умовах змінного навантаження. Одеса : ОНПУ, 2017. 188 с.
13. Batzelis E. I., Georgilakis P. S. A Detailed Model of Photovoltaic Module Using MATLAB/Simulink. *Energy Procedia*. 2015. Vol. 83. P. 310–320.
14. Capelli F., Riba J.-R. Analysis of formulas to calculate the AC inductance of different configurations of nonmagnetic circular conductors. *Electr. Eng.* 2017. Vol. 99. P. 827–837.
15. Coufal O. One hundred and fifty years of skin effect. *Appl. Sci.* 2023. Vol. 13. Duffie J. A., Beckman W. A. Solar Engineering of Thermal Processes. 4th ed. Wiley, 2013. 928 p.
16. EnergySage – Solar Learning Center. URL: (дата звернення: 22.05.2025).
Frei A. H., Strutt M. J. O. Skin effect in semiconductors. *Proceedings of the IRE*. 1960. Vol. 48. P. 1272–1277.
17. Gatous O. M. O., Filho J. P. A new formulation for skin-effect resistance and internal inductance frequency-dependent of a solid cylindrical conductor. *IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America*. 2004. P. 919–924.
18. Greenmatch: How Do Solar Panels Work? URL: (дата звернення: 22.05.2025).
International Electrotechnical Commission (IEC). Standard 61215: Terrestrial photovoltaic (PV) modules – Design qualification and type approval. IEC, 2021. International Renewable Energy Agency. Global Renewables Outlook, 2023. URL: (дата звернення: 28.05.2025).
19. Masters G. M. Renewable and Efficient Electric Power Systems. Wiley, 2013. 720 p.
MATLAB Simulink Documentation. URL: (дата звернення: 15.05.2025). National Renewable Energy Laboratory. URL: (дата звернення: 28.05.2025).

PV Education – Photovoltaic Solar Energy Resources. URL: (дата звернення: 20.05.2025).

20. Raven M. S. Experimental measurements of the skin effect and internal inductance at low frequencies. *Acta Technica CSAV*. 2015. Vol. 60. P. 51–69.

21. Rudnev V., Loveless D., Cook R. L. Handbook of Induction Heating. CRC Press, Taylor and Francis Group, 2017.

22. Simscape Electrical Toolbox – MathWorks Documentation. URL: (дата звернення: 28.05.2025).

23. Solar Power World – Technical Articles. URL: (дата звернення: 28.05.2025).

24. Sera D., Teodorescu R., Hantschel J., Knoll M. Optimized Maximum Power Point Tracker for Fast-Changing Environmental Conditions. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2008. Vol. 55(7). P. 2629–2637.

25. Villalva M. G., Gazoli J. R., Filho E. R. Comprehensive approach to modeling and simulation of photovoltaic arrays. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2009. Vol. 24(5). P. 1198–1208.

26. Walker G. R. Evaluating MPPT Converter Topologies Using a MATLAB PV Model. *Journal of Electrical & Electronics Engineering, Australia*. 2009. Vol. 21(1). P. 49–55.