

ХЕРСОНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ІНЖЕНЕРІЇ ТА ТРАНСПОРТУ
КАФЕДРА ТРАНСПОРТНИХ СИСТЕМ І ТЕХНІЧНОГО СЕРВІСУ

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА БАКАЛАВРА

на тему: **«Моделювання доставки вантажу двома різними видами транспортних засобів з використанням транспортної задачі»**

Виконав: студент 3 курсу, групи ЗТТс3
спеціальності

275.03 – Транспортні технології (на
автомобільному транспорті)

Гурбін Є. І.

Керівник к.т.н., доц. Славич В. П.

Рецензент к.т.н., доц. Луб'яний П. В.

Херсон – 2026 р.

ЗАТВЕРДЖЕНО

Наказ Міністерства освіти і науки,
молоді та спорту України
29 березня 2012 року № 384

Форма № Н-9.01

ХЕРСОНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ.

(повне найменування вищого навчального закладу)

Інститут, факультет, відділення _____ Інженерії та транспорту
Кафедра, циклова комісія _____ Транспортних систем і технічного сервісу
Рівня вищої освіти _____ бакалавр
спеціальність _____ 275 Транспортні технології
спеціалізація 275.03 на автомобільному транспорті

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри ТСТС

к.т.н., доц. _____

П. В. Луб'яний

“ ____ ” _____ 2026 року

ЗАВДАННЯ

НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ БАКАЛАВРА

СТУДЕНТУ

Гурбін Євгеній Ігорович

- Тема проєкту (роботи) «Моделювання доставки вантажу двома різними видами транспортних засобів з використанням транспортної задачі»
керівник проєкту (роботи) к.т.н., доцент Славич В. П.
затверджені наказом вищого навчального закладу від 26.01.2026 року № 122-с
- Строк подання студентом проєкту (роботи) 03.06.2026 р.
- Вихідні дані до проєкту (роботи): обсяги поставок вантажу, потреби споживачів, матриці вартостей перевезень двома видами транспорту, параметри транспортної мережі, обмеження транспортної задачі.
- Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)
Вступ,
1 Теоретичні основи вантажних перевезень та логістики,
2 Особливості моделювання вантажних перевезень різними видами транспорту,
3 Математичне моделювання транспортної задачі з використанням двох видів транспорту,
Висновки,
Список використаних джерел.
- Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)
матеріали демонстраційної графічної частини формату А4

6. Консультанти розділів проєкту (роботи)

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
1	Славич В. П.		
2	Славич В. П.		
3	Славич В. П.		

7. Дата видачі завдання 02.02.2026**КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН**

№ з/п	Назва етапів кваліфікаційної роботи магістра	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	Вступ	10.02.2026	
2	Теоретичні основи вантажних перевезень та логістики	10.03.2026	
3	Особливості моделювання вантажних перевезень різними видами транспорту	10.04.2026	
4	Математичне моделювання транспортної задачі з використанням двох видів транспорту	10.05.2026	
5	Висновки	01.06.2026	

Студент _____ Гурбін Є. І.
(підпис)

Керівник проєкту (роботи) _____ Славич В. П.
(підпис)

АНОТАЦІЯ

Кваліфікаційна робота присвячена моделюванню доставки вантажу двома різними видами транспортних засобів з використанням транспортної задачі. У роботі проаналізовано особливості організації вантажних перевезень та застосування різних видів транспорту. Розглянуто підходи до математичного моделювання транспортних процесів. Розроблено три моделі доставки вантажів: із послідовним використанням двох видів транспорту, з вибором найекономічнішого виду транспорту та з розподілом вантажу між видами транспорту. Отримані результати можуть бути використані для оптимізації транспортних витрат.

ANNOTATION

The qualification work is devoted to the modeling of cargo delivery by two different types of vehicles using a transport problem. The work analyzes the features of the organization of cargo transportation and the use of different types of transport. Approaches to mathematical modeling of transport processes are considered. Three cargo delivery models have been developed: with the sequential use of two types of transport, with the choice of the most economical type of transport and with the distribution of cargo between types of transport. The results obtained can be used to optimize transport costs.

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота бакалавра на тему „Моделювання доставки вантажу двома різними видами транспортних засобів з використанням транспортної задачі” містить 75 стор., 16 використаних джерел.

У роботі проаналізовано класичну транспортну задачу, методи побудови опорних планів та метод потенціалів для перевірки оптимальності отриманих рішень. Основну увагу приділено розробці математичних моделей транспортної задачі з використанням двох видів транспорту.

Запропоновано три варіанти моделей організації перевезень: модель із послідовним використанням двох видів транспорту, модель із вибором найекономічнішого виду транспорту та модель із розподілом вантажу між видами транспорту на основі часткових коефіцієнтів. Для кожної моделі побудовано математичний опис та наведено числові приклади розв’язання задач методом потенціалів.

Результати дослідження показали, що запропоновані моделі дозволяють ефективно оптимізувати процеси вантажних перевезень, зменшувати транспортні витрати та підвищувати ефективність логістичних систем.

Ключові слова: транспортна задача, математичне моделювання, логістика, вантажні перевезення, метод потенціалів, оптимізація перевезень, транспортні системи, двовимірна матриця, транспортні витрати.

ЗМІСТ

ВСТУП

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВАНТАЖНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ ТА ЛОГІСТИКИ

- 1.1 Сутність і роль вантажних перевезень у транспортних системах
- 1.2 Класифікація видів транспорту та їх техніко-економічні характеристики
- 1.3 Порівняльна характеристика різних видів транспорту
- 1.4 Логістичні підходи до організації доставки вантажів
- 1.5 Фактори, що впливають на вибір виду транспорту
- 1.6 Висновки до розділу

РОЗДІЛ 2. ОСОБЛИВОСТІ МОДЕЛЮВАННЯ ВАНТАЖНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ РІЗНИМИ ВИДАМИ ТРАНСПОРТУ

- 2.1. Проблеми організації мультимодальних вантажних перевезень
- 2.2. Особливості формування вартості перевезень при використанні різних видів транспорту
- 2.3. Багатовимірне подання транспортних процесів у математичних моделях
- 2.4. Підходи до зведення багатовимірних транспортних моделей до класичної транспортної задачі
- 2.5. Моделі розподілу вантажу між видами транспорту
- 2.6. Практичні аспекти застосування математичних моделей у транспортній логістиці
- 2.7. Висновки до розділу

РОЗДІЛ 3. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ З ВИКОРИСТАННЯМ ДВОХ ВИДІВ ТРАНСПОРТУ

- 3.1. Постановка транспортної задачі з двома видами транспорту та загальна математична модель
- 3.2. Модель транспортної задачі з послідовним використанням двох видів транспорту

3.3. Модель транспортної задачі з вибором найекономічнішого виду транспорту

3.4. Модель транспортної задачі з розподілом вантажу між видами транспорту на основі часткових (ймовірнісних) коефіцієнтів

3.5 Висновки до розділу

ВИСНОВКИ

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

ВСТУП

У сучасних умовах розвитку економіки України та інтеграції у світові логістичні системи особливого значення набуває ефективна організація вантажних перевезень. Транспорт є однією з ключових галузей, що забезпечує функціонування виробництва, торгівлі та сфери послуг, а також формує основу для сталого розвитку регіонів. Зростання обсягів перевезень, ускладнення логістичних ланцюгів та необхідність зниження витрат обумовлюють потребу у застосуванні сучасних методів оптимізації транспортних процесів.

Одним із найбільш актуальних напрямів підвищення ефективності перевезень є раціональне використання різних видів транспорту. Використання лише одного виду транспорту не завжди дозволяє досягти мінімальних витрат або забезпечити необхідну швидкість доставки. Саме тому на практиці широко застосовуються комбіновані, мультимодальні та інтермодальні перевезення, які передбачають використання декількох видів транспортних засобів. Такий підхід дозволяє поєднати переваги кожного виду транспорту, однак водночас значно ускладнює процес планування та управління перевезеннями.

У цих умовах важливого значення набуває застосування методів математичного моделювання, зокрема моделей дослідження операцій, які дозволяють формалізувати процеси перевезення та знайти оптимальні рішення. Однією з базових моделей у цій сфері є транспортна задача, яка дозволяє визначити найефективніший план перевезення вантажів від постачальників до споживачів з урахуванням певного критерію оптимальності, найчастіше — мінімізації транспортних витрат.

Разом із тим класична транспортна задача має низку обмежень, оскільки, як правило, передбачає використання одного виду транспорту та не враховує специфіку сучасних логістичних систем. У реальних умовах виникає необхідність моделювання процесів перевезення з використанням декількох

альтернативних видів транспорту, що мають різні техніко-економічні характеристики, такі як швидкість, вартість, вантажопідйомність, пропускна здатність та рівень надійності. Це зумовлює необхідність розширення класичної постановки транспортної задачі та розробки відповідних математичних моделей.

У практиці вантажних перевезень доволі часто вантаж доставляється не одним, а двома або більше видами транспортних засобів, наприклад автомобільним та залізничним транспортом. У такому випадку вартість перевезення вантажу від постачальників до споживачів для різних видів транспорту буде відрізнятися, що суттєво впливає на структуру загальних витрат та організацію логістичного процесу. Тому застосування класичної моделі транспортної задачі та стандартних методів її розв'язання для таких ситуацій потребує відповідної модифікації.

Актуальність теми роботи полягає у необхідності розробки та дослідження математичної моделі доставки вантажів із використанням двох різних видів транспорту, що дозволяє більш адекватно відобразити реальні умови функціонування транспортних систем і підвищити ефективність прийняття управлінських рішень. Використання такої моделі дає змогу не лише зменшити витрати на перевезення, але й підвищити гнучкість логістичних процесів та адаптивність транспортних систем до змін зовнішнього середовища.

Аналіз наукових джерел свідчить про посилення уваги дослідників до розвитку мультимодальних та комбінованих перевезень, що формують підґрунтя для удосконалення математичних моделей транспортних процесів. У сучасних працях розглядаються концептуальні підходи до організації мультимодальних логістичних ланцюгів, визначення критеріїв їх ефективності та вплив цифровізації на транспортні системи. Значна увага приділяється питанням оптимізації маршрутів, мінімізації транспортних витрат, підвищення екологічності перевезень та застосуванню інформаційних технологій у логістиці.

Важливими для теми дослідження є роботи, присвячені модифікації класичної транспортної задачі. У наукових джерелах розглядаються адаптації транспортної моделі для різних виробничих та логістичних умов, задачі розподілу ресурсів, багатокритеріальної оптимізації, а також моделі, що враховують часові, ресурсні або технологічні обмеження. Разом із тим питання формалізації процесу доставки вантажів кількома видами транспорту та побудови моделей зі зведенням багатовимірної структури транспортних витрат до класичної транспортної постановки залишаються недостатньо дослідженими.

Сучасні дослідження у сфері синхромодальних та мультимодальних перевезень підкреслюють необхідність гнучкого вибору виду транспорту залежно від вартості перевезення, доступності транспортних ресурсів та умов доставки. У наукових працях також розглядаються можливості поєднання оптимізаційних моделей із евристичними алгоритмами, методами машинного навчання та системами підтримки прийняття рішень. Окрему увагу приділено врахуванню невизначеності, екологічних вимог та необхідності побудови робастних моделей транспортних процесів.

Аналіз літературних джерел показує, що, незважаючи на значний розвиток мультимодальних підходів, спеціалізовані математичні моделі, які описують процес доставки вантажу двома різними видами транспорту та процедури зведення тривимірної матриці транспортних витрат до класичної транспортної задачі, досліджені недостатньо. Це підтверджує актуальність теми дослідження та необхідність подальшого розвитку математичних моделей оптимізації багатовидових перевезень.

Метою роботи є розробка та дослідження математичної моделі доставки вантажу з використанням двох видів транспортних засобів на основі транспортної задачі, а також визначення оптимального плану перевезень з урахуванням заданих умов.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

- проаналізувати теоретичні основи організації вантажних перевезень;
- дослідити існуючі методи математичного моделювання транспортних процесів;
- розглянути класичну транспортну задачу та її модифікації;
- сформулювати систему вихідних даних для задачі перевезень;
- розробити математичну модель доставки вантажів із використанням двох видів транспорту;
- виконати розрахунок оптимального плану перевезень;
- провести аналіз отриманих результатів;
- оцінити економічну ефективність запропонованого рішення.

Об'єктом дослідження є процес організації вантажних перевезень у транспортних системах.

Предметом дослідження є математичні моделі оптимізації доставки вантажів із використанням декількох видів транспорту.

Методи дослідження включають методи математичного моделювання, дослідження операцій, методи розв'язання транспортної задачі, а також методи аналізу та узагальнення результатів.

Наукова новизна роботи полягає у вдосконаленні підходу до моделювання транспортних процесів шляхом урахування можливості використання двох альтернативних видів транспорту в межах єдиної транспортної моделі, що дозволяє більш точно відобразити реальні умови перевезень.

Практичне значення отриманих результатів полягає у можливості використання розробленої моделі для оптимізації перевезень на підприємствах транспортної та логістичної галузі, що сприятиме зниженню витрат та підвищенню ефективності їх діяльності.

Структура роботи зумовлена поставленою метою та завданнями дослідження.

Робота складається зі вступу, кількох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків.

Таким чином, тема роботи є актуальною, має теоретичне та практичне значення і спрямована на вирішення важливої науково-прикладної задачі підвищення ефективності організації вантажних перевезень.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВАНТАЖНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ ТА ЛОГІСТИКИ

1.1 Сутність і роль вантажних перевезень у транспортних системах

Вантажні перевезення є однією з ключових складових транспортної системи будь-якої країни та виступають важливим елементом матеріально-технічного забезпечення економіки. Вони забезпечують безперервний рух матеріальних потоків від місць виробництва до місць споживання, формуючи основу функціонування промисловості, торгівлі, будівництва та інших галузей господарства. Без ефективно організованих вантажних перевезень неможливе стабільне функціонування сучасних економічних систем.

Сутність вантажних перевезень полягає у переміщенні матеріальних ресурсів у просторі та часі з використанням різних видів транспорту з метою задоволення потреб споживачів. При цьому транспорт виконує не лише функцію переміщення вантажів, але й виступає як елемент логістичної системи, що забезпечує узгодженість усіх етапів постачання — від постачальника до кінцевого споживача.

У структурі логістичних систем вантажні перевезення займають центральне місце, оскільки саме вони формують основну частину витрат, пов'язаних із рухом матеріальних потоків. За різними оцінками, транспортні витрати можуть становити значну частку загальних логістичних витрат підприємств, що підкреслює важливість їх оптимізації. У зв'язку з цим виникає потреба у застосуванні науково обґрунтованих методів планування перевезень, які дозволяють мінімізувати витрати та підвищити ефективність логістичних процесів.

Роль вантажних перевезень у транспортних системах полягає у забезпеченні зв'язку між виробничими та споживчими ланками економіки. Вони сприяють територіальному поділу праці, розвитку регіональних ринків,

розширенню торговельних зв'язків та інтеграції економіки у міжнародні системи обміну. Таким чином, транспорт виступає не лише інфраструктурною складовою, але й активним елементом економічного розвитку.

Крім економічної функції, вантажні перевезення виконують також організаційну та соціальну роль. Вони забезпечують своєчасне постачання сировини на виробництво, доставку готової продукції до споживачів, а також функціонування систем життєзабезпечення населення. Особливо важливим є значення транспорту в умовах кризових ситуацій, коли необхідно швидко та ефективно організувати переміщення ресурсів.

Сучасні вантажні перевезення характеризуються високим рівнем складності, що зумовлено великою кількістю учасників транспортного процесу, різноманітністю видів транспорту, а також необхідністю врахування великої кількості обмежень і параметрів. До основних факторів, що впливають на організацію перевезень, належать вартість транспортування, час доставки, надійність, вантажопідйомність транспортних засобів, а також інфраструктурні обмеження.

Таким чином, вантажні перевезення є складною багатокomпонентною системою, ефективність якої безпосередньо впливає на результативність усієї економіки. Саме тому їх дослідження та оптимізація є важливим науково-прикладним завданням, що потребує застосування сучасних методів математичного моделювання та системного аналізу.

1.2 Класифікація видів транспорту та їх техніко-економічні характеристики

Сучасна транспортна система включає велику кількість видів транспорту, кожен з яких має свої особливості, переваги та обмеження. Рациональний вибір виду транспорту є одним із ключових факторів ефективної організації вантажних перевезень, оскільки безпосередньо впливає на вартість, швидкість та надійність доставки вантажів. У зв'язку з цим важливого

значення набуває класифікація видів транспорту та аналіз їх техніко-економічних характеристик.

У загальному вигляді види транспорту поділяють на такі основні групи: автомобільний, залізничний, водний (морський і річковий), повітряний та трубопровідний. Кожен із них використовується залежно від умов перевезення, типу вантажу, відстані та вимог до терміновості доставки.

Автомобільний транспорт є одним із найпоширеніших видів транспорту, який забезпечує високу мобільність та гнучкість перевезень. Його основною перевагою є можливість доставки вантажу «від дверей до дверей» без необхідності додаткових перевантажень. Це значно скорочує логістичний ланцюг і зменшує ризики пошкодження вантажу. Разом із тим автомобільний транспорт має відносно високу собівартість перевезень на великі відстані та залежить від стану дорожньої інфраструктури.

Залізничний транспорт характеризується високою вантажопідйомністю та ефективністю при перевезенні великих обсягів вантажів на середні та великі відстані. Він є економічно вигідним для масових перевезень, особливо сипучих, наливних та контейнерних вантажів. Недоліками залізничного транспорту є обмежена гнучкість маршрутизації та необхідність додаткових перевантажувальних операцій.

Водний транспорт (морський та річковий) відзначається найнижчою собівартістю перевезень на великі відстані. Морські перевезення є особливо ефективними у міжнародній торгівлі, тоді як річкові використовуються для внутрішніх перевезень у регіонах із розвиненою гідрографічною мережею. Основним недоліком є низька швидкість доставки та залежність від природних умов і навігаційної інфраструктури.

Повітряний транспорт забезпечує найвищу швидкість доставки вантажів, що робить його незамінним для перевезення термінових, цінних або швидкопсувних вантажів. Однак він має найвищу вартість перевезень і обмежену вантажопідйомність, що суттєво обмежує його використання у масових перевезеннях.

Трубопровідний транспорт використовується переважно для транспортування нафти, нафтопродуктів та газу. Його перевагами є безперервність процесу, низькі експлуатаційні витрати та висока надійність. Недоліком є вузька спеціалізація та обмеженість номенклатури вантажів.

Техніко-економічні характеристики різних видів транспорту визначаються такими основними показниками, як вартість перевезення, швидкість доставки, регулярність, вантажопідйомність, доступність інфраструктури та рівень надійності. У реальних умовах вибір виду транспорту здійснюється на основі компромісу між цими показниками, оскільки покращення одного з них часто призводить до погіршення іншого.

Таким чином, кожен вид транспорту має свої сильні та слабкі сторони, а їх ефективне використання можливе лише за умови комплексного підходу до планування перевезень. Саме це обґрунтовує необхідність застосування математичних моделей, які дозволяють враховувати різні види транспорту в єдиній системі та знаходити оптимальні рішення для організації вантажопотоків.

1.3 Порівняльна характеристика різних видів транспорту

Порівняння різних видів транспорту є важливим етапом аналізу транспортних систем, оскільки дозволяє визначити їх ефективність у конкретних умовах перевезення. Кожен вид транспорту має власні техніко-економічні та експлуатаційні особливості, які впливають на вибір оптимального варіанту доставки вантажів. У практиці логістики не існує універсально «найкращого» виду транспорту — його доцільність визначається сукупністю параметрів конкретної задачі.

Основними критеріями порівняння видів транспорту є: вартість перевезення, швидкість доставки, вантажопідйомність, регулярність руху, доступність інфраструктури, гнучкість маршрутизації та рівень надійності. Саме ці показники найбільш повно характеризують ефективність

транспортного процесу та дозволяють здійснювати обґрунтований вибір у логістичних системах.

За критерієм вартості перевезення найекономічнішим є водний транспорт, особливо при перевезеннях великих обсягів вантажів на значні відстані. Залізничний транспорт також характеризується відносно низькою собівартістю, особливо у випадку масових перевезень. Автомобільний транспорт є дорожчим, але виправдовує свою вартість за рахунок гнучкості та швидкості доставки на коротких і середніх відстанях. Найдорожчим є повітряний транспорт, що обмежує його використання переважно терміновими та цінними вантажами.

За критерієм швидкості доставки беззаперечним лідером є повітряний транспорт, який забезпечує найкоротший час транспортування. Автомобільний транспорт також має високу швидкість доставки на відносно невеликих відстанях, особливо у міських та регіональних перевезеннях. Залізничний транспорт має середню швидкість, тоді як водний транспорт є найповільнішим.

За вантажопідйомністю перевагу мають залізничний та водний транспорт, які здатні перевозити великі обсяги вантажів за одну операцію. Автомобільний транспорт має обмежену вантажопідйомність, але компенсує це можливістю організації великої кількості рейсів. Повітряний транспорт має найнижчу вантажопідйомність серед усіх видів.

За гнучкістю маршрутизації лідером є автомобільний транспорт, оскільки він не потребує спеціальної інфраструктури для руху між пунктами відправлення та призначення. Залізничний та трубопровідний транспорт мають жорстко фіксовані маршрути, що обмежує їх адаптивність. Водний транспорт залежить від наявності водних шляхів, а повітряний — від аеропортової інфраструктури.

За рівнем надійності та регулярності відносно стабільними є залізничний та трубопровідний транспорт, які менше залежать від погодних умов. Автомобільний транспорт має середній рівень надійності, оскільки може

зазнавати впливу дорожніх умов і заторів. Повітряний та водний транспорт більш чутливі до погодних факторів.

Таким чином, порівняльний аналіз показує, що жоден із видів транспорту не є універсальним за всіма критеріями. Їх ефективність проявляється лише в певних умовах застосування. Це обумовлює необхідність комбінованого використання різних видів транспорту в логістичних системах, що дозволяє досягти оптимального балансу між вартістю, швидкістю та надійністю перевезень. Саме ця особливість є основою для подальшого математичного моделювання транспортних процесів у даній роботі.

1.4 Логістичні підходи до організації доставки вантажів

Сучасна організація вантажних перевезень розглядається не лише як процес фізичного переміщення вантажу, а як складова частина логістичної системи, що охоплює весь ланцюг постачання — від постачальника до кінцевого споживача. Логістичний підхід передбачає інтегроване управління матеріальними, інформаційними та фінансовими потоками з метою досягнення максимальної ефективності всієї системи.

Основною ідеєю логістики є забезпечення необхідного вантажу в потрібному місці, у потрібний час, у потрібній кількості та з мінімальними витратами. Це вимагає узгодження всіх етапів транспортного процесу, включаючи планування, вибір виду транспорту, маршрутизацію, перевантажувальні операції та контроль виконання перевезень.

У логістичних системах транспорт виконує роль ключового елемента, який з'єднує окремі ланки постачання. При цьому ефективність доставки залежить не лише від характеристик окремого виду транспорту, а й від організації взаємодії між різними учасниками логістичного процесу. Саме тому сучасна логістика орієнтується на використання комплексних або мультимодальних перевезень, де можуть поєднуватися різні види транспорту.

Важливим логістичним підходом є принцип мінімізації загальних витрат, а не окремих їх складових. Наприклад, вибір найдешевшого виду транспорту на окремій ділянці маршруту не завжди забезпечує мінімальні сумарні витрати, оскільки може призвести до збільшення часу доставки або додаткових витрат на перевантаження. Тому оптимізація здійснюється з урахуванням усієї транспортної системи в цілому.

Ще одним важливим принципом є принцип інтеграції потоків, який передбачає узгодження матеріальних і інформаційних процесів. Сучасні логістичні системи активно використовують інформаційні технології для моніторингу руху вантажів, планування маршрутів та оперативного управління перевезеннями. Це дозволяє підвищити точність планування та швидко реагувати на зміни зовнішніх умов.

Також у логістиці широко застосовується принцип гнучкості, який полягає у здатності транспортної системи адаптуватися до змін попиту, умов перевезення або зовнішніх обмежень. У цьому контексті особливої актуальності набуває використання декількох видів транспорту, що дозволяє формувати альтернативні маршрути та підвищувати стійкість системи.

Окрему роль відіграє принцип оптимальності, який реалізується через застосування математичних методів моделювання та оптимізації. Саме тут транспортні задачі виступають як один із базових інструментів логістичного аналізу, дозволяючи знаходити найкращі варіанти розподілу вантажопотоків між постачальниками та споживачами з урахуванням різних критеріїв.

Таким чином, логістичні підходи до організації доставки вантажів передбачають комплексне управління транспортними процесами, орієнтоване на мінімізацію витрат, підвищення швидкості та надійності перевезень. Це створює необхідні передумови для застосування математичних моделей оптимізації, які дозволяють формалізувати логістичні задачі та знаходити ефективні рішення в умовах багатофакторності та обмежень.

1.5 Фактори, що впливають на вибір виду транспорту

Вибір виду транспорту при організації вантажних перевезень є багатокритеріальною задачею, яка залежить від значної кількості взаємопов'язаних факторів. У реальних умовах не існує єдиного оптимального рішення, оскільки кожна транспортна система функціонує в умовах різних обмежень, вимог до доставки та характеристик вантажу. Тому вибір виду транспорту завжди здійснюється як компроміс між економічними, часовими та експлуатаційними параметрами.

Одним із найважливіших факторів є вартість перевезення, яка включає прямі транспортні витрати, витрати на перевантаження, зберігання, страхування та інші супутні витрати. У логістичних системах саме мінімізація загальних витрат часто виступає основним критерієм оптимізації, що безпосередньо пов'язано з використанням математичних моделей, зокрема транспортної задачі.

Другим ключовим фактором є час доставки вантажу. У сучасних умовах ринку швидкість постачання часто має не менше значення, ніж вартість. Для швидкопсувних, термінових або цінних вантажів саме часовий фактор стає визначальним при виборі виду транспорту. Наприклад, повітряний транспорт використовується саме через мінімальний час доставки, незважаючи на високу вартість.

Важливу роль відіграє характер вантажу. Різні типи вантажів мають різні вимоги до умов транспортування: габарити, маса, температурний режим, небезпечність, крихкість тощо. Наприклад, наливні та сипучі вантажі доцільно перевозити залізничним або трубопровідним транспортом, тоді як дрібні партії товарів — автомобільним.

Наступним фактором є відстань перевезення. Для коротких відстаней найбільш ефективним є автомобільний транспорт, тоді як для середніх і великих відстаней перевагу часто мають залізничний або водний транспорт. Повітряний транспорт, як правило, використовується незалежно від відстані лише у випадках високої терміновості.

Суттєвим фактором є також доступність транспортної інфраструктури. Наявність доріг, залізничних станцій, портів або аеропортів безпосередньо визначає можливість використання певного виду транспорту. У регіонах з обмеженою інфраструктурою вибір транспорту може бути суттєво звужений.

Не менш важливим є рівень надійності та регулярності перевезень. Підприємства зацікавлені у стабільному та передбачуваному транспортному процесі, що мінімізує ризики затримок і порушення постачання. У цьому контексті різні види транспорту мають різний рівень стійкості до зовнішніх факторів, таких як погодні умови чи завантаженість мережі.

Також слід враховувати економічні та організаційні обмеження підприємства, зокрема наявність власного транспорту, договірні умови з перевізниками, фінансові можливості та стратегічні цілі логістичної системи.

У сучасних умовах вибір виду транспорту дедалі частіше здійснюється не інтуїтивно, а на основі формалізованих методів аналізу та оптимізації. Саме тому математичне моделювання, зокрема транспортні задачі, дозволяє врахувати сукупність усіх зазначених факторів та знайти оптимальне рішення з урахуванням багатокритеріальності транспортного процесу.

Таким чином, вибір виду транспорту є складною багатофакторною задачею, що потребує системного підходу та застосування сучасних методів аналізу, які забезпечують підвищення ефективності вантажних перевезень у логістичних системах.

1.6 Висновки до розділу

У першому розділі розглянуто теоретичні основи організації вантажних перевезень та їх роль у сучасних транспортних системах. Встановлено, що вантажні перевезення є ключовим елементом логістичної інфраструктури, який забезпечує безперервність матеріальних потоків між виробниками та споживачами та суттєво впливає на ефективність функціонування економіки в цілому.

Проаналізовано основні види транспорту — автомобільний, залізничний, водний, повітряний та трубопровідний — та визначено їхні техніко-економічні характеристики. Показано, що кожен із видів транспорту має свої переваги та обмеження, які проявляються залежно від умов перевезення, типу вантажу, відстані та вимог до швидкості доставки.

Проведено порівняльний аналіз видів транспорту за основними критеріями, такими як вартість, швидкість, вантажопідйомність, гнучкість маршрутизації та надійність. Встановлено, що жоден із видів транспорту не є універсальним, а їх ефективність визначається конкретними умовами застосування.

Розглянуто логістичні підходи до організації доставки вантажів, які передбачають інтегроване управління матеріальними та інформаційними потоками. Показано, що сучасні логістичні системи орієнтовані на мінімізацію загальних витрат та забезпечення узгодженості всіх етапів транспортного процесу, що обумовлює доцільність використання комбінованих перевезень.

Окремо проаналізовано фактори, що впливають на вибір виду транспорту, серед яких ключову роль відіграють вартість перевезення, час доставки, характер вантажу, відстань, наявність інфраструктури та рівень надійності транспортної системи. Встановлено, що вибір виду транспорту є багатокритеріальною задачею, яка потребує комплексного підходу до прийняття рішень.

Таким чином, результати розділу 1 підтверджують складність та багатofакторність процесу організації вантажних перевезень і обґрунтовують необхідність використання математичних методів моделювання для їх оптимізації, що є основою подальших розділів роботи.

РОЗДІЛ 2

ОСОБЛИВОСТІ МОДЕЛЮВАННЯ ВАНТАЖНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ РІЗНИМИ ВИДАМИ ТРАНСПОРТУ

2.1 Проблеми організації мультимодальних вантажних перевезень

Сучасні транспортні системи характеризуються постійним ускладненням логістичних процесів, збільшенням обсягів перевезень та необхідністю швидкого реагування на зміни умов ринку. У таких умовах використання лише одного виду транспорту не завжди дозволяє забезпечити необхідний рівень ефективності доставки вантажів. Саме тому все більшого поширення набувають мультимодальні перевезення, які передбачають використання декількох видів транспортних засобів у межах єдиного логістичного процесу.

Мультимодальні перевезення дають можливість поєднувати переваги різних видів транспорту. Наприклад, автомобільний транспорт забезпечує високу гнучкість та можливість доставки вантажу безпосередньо до кінцевого споживача, тоді як залізничний транспорт є економічно вигідним при перевезенні великих обсягів вантажу на значні відстані. Використання таких комбінацій дозволяє зменшувати загальні витрати на транспортування та підвищувати ефективність логістичних схем.

Разом із тим організація мультимодальних перевезень супроводжується значною кількістю проблем, пов'язаних із координацією роботи різних видів транспорту. На відміну від класичних схем перевезення, у даному випадку виникає необхідність узгодження графіків руху, організації перевантаження вантажів, врахування технічної сумісності транспортних засобів та оптимального розподілу вантажопотоків між окремими видами транспорту.

Однією з головних проблем є складність формування єдиного транспортного маршруту. Для кожної ділянки перевезення можуть існувати різні варіанти транспортування, які відрізняються за вартістю, швидкістю

доставки, рівнем надійності та доступністю інфраструктури. У результаті виникає задача вибору найбільш ефективної комбінації транспортних засобів, яка забезпечує мінімальні сумарні витрати при виконанні всіх логістичних вимог.

Додаткові труднощі виникають у процесі оцінювання вартості мультимодальних перевезень. Якщо у класичній транспортній задачі для кожної пари «постачальник–споживач» задається одна величина вартості перевезення, то у випадку використання декількох видів транспорту таких величин може бути декілька. Це призводить до необхідності формування багатовимірних структур даних, у яких для кожного маршруту враховуються окремі параметри для різних транспортних засобів.

Ще однією важливою проблемою є невизначеність доступності транспортних ресурсів. У реальних умовах кількість транспортних засобів різних типів може змінюватися залежно від сезонності, технічного стану транспорту, завантаженості транспортної мережі або зовнішніх факторів. У зв'язку з цим частина вантажу може бути перевезена одним видом транспорту, а інша – альтернативним. Це потребує застосування більш складних моделей планування, які здатні враховувати розподіл вантажу між різними транспортними засобами.

Суттєвою особливістю мультимодальних перевезень є також наявність перевантажувальних операцій. Передача вантажу між різними видами транспорту супроводжується додатковими витратами часу та коштів. Крім того, збільшується ризик пошкодження вантажу, виникнення затримок та порушення графіків доставки. Саме тому при плануванні мультимодальних схем важливо враховувати не лише прямі транспортні витрати, а й супутні логістичні витрати.

В умовах сучасної логістики значну роль відіграє також необхідність забезпечення гнучкості транспортних систем. Використання декількох видів транспорту дозволяє адаптувати маршрути перевезення до змін зовнішніх умов, однак одночасно ускладнює процес прийняття рішень. Для ефективного

управління такими процесами виникає потреба у використанні математичних моделей, здатних формалізувати структуру транспортних потоків та визначати оптимальні варіанти організації перевезень.

Таким чином, мультимодальні вантажні перевезення характеризуються високим рівнем складності та багатофакторністю. Їх організація потребує врахування значної кількості економічних, технічних та логістичних параметрів, що унеможливорює ефективне планування без застосування методів математичного моделювання. Саме тому подальший розвиток моделей транспортних задач, адаптованих до використання декількох видів транспорту, є важливим напрямом досліджень у сфері транспортної логістики.

2.2 Особливості формування вартості перевезень при використанні різних видів транспорту

Одним із ключових параметрів організації вантажних перевезень є вартість транспортування, оскільки саме вона значною мірою визначає ефективність логістичної системи та впливає на кінцеву собівартість продукції. У випадку використання різних видів транспорту процес формування транспортних витрат суттєво ускладнюється, оскільки кожен вид транспорту характеризується власною структурою витрат, технічними особливостями та умовами експлуатації.

У класичних моделях транспортної задачі для кожної пари «постачальник–споживач» задається єдина величина вартості перевезення одиниці вантажу. Такий підхід є достатнім у випадку використання лише одного виду транспорту. Проте при організації мультимодальних або комбінованих перевезень між одними й тими самими пунктами можуть існувати декілька альтернативних варіантів доставки, кожен із яких має різну вартість. У результаті виникає необхідність врахування окремих тарифів для кожного виду транспорту.

На величину транспортних витрат впливає значна кількість факторів. Одним із основних є відстань перевезення. Для різних видів транспорту залежність вартості від відстані має різний характер. Наприклад, автомобільний транспорт є економічно доцільним переважно на коротких та середніх маршрутах, тоді як залізничний або водний транспорт забезпечують нижчу собівартість при перевезеннях на великі відстані. Таким чином, одна й та сама транспортна схема може мати різну економічну ефективність залежно від протяжності маршруту.

Суттєве значення має також тип вантажу. Для сипучих, наливних або великогабаритних вантажів більш ефективними можуть бути залізничні чи водні перевезення, тоді як дрібнопартійні або термінові вантажі частіше транспортуються автомобільним або повітряним транспортом. Це пояснюється відмінностями у вантажопідйомності транспортних засобів, вимогах до умов перевезення та швидкості доставки.

Окрему складову витрат формують перевантажувальні операції, які є характерними для мультимодальних перевезень. При переході вантажу з одного виду транспорту на інший виникають додаткові витрати, пов'язані з використанням перевантажувальної техніки, складських приміщень, контейнерного обладнання та робочої сили. Крім того, такі операції збільшують загальний час доставки та можуть створювати додаткові логістичні ризики.

Важливим фактором є також технічний стан транспортної інфраструктури. Якість автомобільних доріг, пропускна здатність залізничних вузлів, стан портів або терміналів безпосередньо впливають на швидкість перевезення та витрати транспортних підприємств. У деяких випадках поганий стан інфраструктури може зробити використання певного виду транспорту економічно не вигідним навіть за відносно низьких тарифів.

При формуванні вартості перевезень необхідно враховувати не лише прямі транспортні витрати, але й супутні логістичні витрати. До них належать витрати на зберігання вантажу, страхування, митне оформлення,

обслуговування документів, охорону вантажів та інформаційний супровід перевезень. У складних логістичних системах саме непрямі витрати можуть суттєво впливати на загальну ефективність транспортного процесу.

У сучасних умовах важливого значення набуває також екологічний фактор. Різні види транспорту характеризуються різним рівнем енергоспоживання та обсягами шкідливих викидів. Наприклад, залізничний транспорт є більш екологічно ефективним порівняно з автомобільним при перевезенні великих партій вантажів. У зв'язку з цим у багатьох сучасних моделях транспортних процесів поряд із вартістю враховуються також екологічні критерії.

Особливістю задач перевезення із використанням декількох видів транспорту є необхідність подання транспортних витрат у вигляді багатовимірних структур. Якщо для кожного маршруту існує декілька варіантів доставки, то традиційна двовимірна матриця вартостей уже не дозволяє повністю описати систему перевезень. Саме тому виникає потреба у використанні тривимірних матриць, у яких окремий вимір відповідає виду транспорту.

У такій постановці задачі кожному сполученню між постачальником і споживачем відповідає не одне значення вартості, а декілька альтернативних значень залежно від виду транспортного засобу. Це суттєво ускладнює процес оптимізації та потребує спеціальних методів трансформації багатовимірних даних до форми, придатної для застосування класичних алгоритмів розв'язання транспортної задачі.

Таким чином, формування вартості перевезень при використанні різних видів транспорту є складним багатофакторним процесом, який потребує врахування економічних, технічних та логістичних параметрів. Саме ця особливість обумовлює необхідність розробки спеціальних математичних моделей, здатних адекватно відображати структуру транспортних витрат у багатовидових транспортних системах.

2.3 Багатовимірне подання транспортних процесів у математичних моделях

Сучасні транспортні системи характеризуються значною складністю структури вантажопотоків та великою кількістю взаємопов'язаних параметрів. У випадку використання декількох видів транспорту класичні двовимірні моделі транспортної задачі вже не дозволяють повною мірою описати реальні умови перевезення. Це пов'язано з тим, що між одними й тими самими постачальниками та споживачами можуть існувати різні варіанти доставки вантажу, кожен із яких має власні характеристики та вартість. У зв'язку з цим виникає необхідність використання багатовимірного подання транспортних процесів.

Одним із найбільш поширених підходів до опису таких систем є використання тривимірних матриць вартостей перевезень. На відміну від класичної транспортної задачі, де елемент матриці визначає єдину вартість доставки вантажу від певного постачальника до конкретного споживача, у багатовимірній моделі кожному такому сполученню відповідає набір значень вартостей для різних видів транспорту.

У загальному випадку тривимірна матриця може бути представлена у вигляді:

$$C_{ij}^k,$$

де i – номер постачальника;

j – номер споживача;

k – номер виду транспорту.

Така структура дозволяє враховувати альтернативні варіанти перевезення між одними й тими самими пунктами транспортної мережі. Наприклад, доставка вантажу між двома пунктами автомобільним транспортом може мати одну вартість, а залізничним — іншу. У багатовимірній моделі ці значення розглядаються як окремі елементи системи.

Особливістю тривимірного подання є те, що кожний додатковий вимір моделі відповідає окремій характеристиці транспортного процесу. У розглянутій задачі таким параметром є вид транспортного засобу. Проте в більш складних моделях додаткові виміри можуть також описувати часові інтервали, рівень завантаженості транспортної мережі, екологічні показники або ймовірності доступності транспортних ресурсів.

Використання багатовимірних структур даних дозволяє більш адекватно відображати реальні умови функціонування транспортних систем. У класичній двовимірній постановці задачі вважається, що для кожного маршруту існує лише один тариф перевезення, однак у практиці логістики така ситуація трапляється рідко. Реальні транспортні процеси передбачають можливість вибору між декількома способами доставки, що мають різну економічну ефективність.

Разом із тим багатовимірне подання суттєво ускладнює математичну модель. Якщо у класичній транспортній задачі кількість параметрів визначається добутком числа постачальників і споживачів, то у багатовимірній моделі вона додатково залежить від кількості видів транспорту. Це призводить до збільшення розмірності задачі та ускладнює процес пошуку оптимального плану перевезень.

Особливістю формування багатовимірних параметрів є також необхідність узгодження різних характеристик транспортних засобів. Для кожного виду транспорту можуть існувати власні обмеження щодо вантажопідйомності, швидкості доставки, доступності маршрутів або вартості експлуатації. У результаті транспортна модель повинна враховувати не лише величини транспортних витрат, але й взаємозв'язки між окремими параметрами системи.

У багатовимірних моделях транспортні потоки можуть інтерпретуватися по-різному залежно від умов задачі. В одних випадках весь вантаж між певним постачальником та споживачем може перевозитися лише одним видом транспорту. В інших ситуаціях вантаж може розподілятися між декількома

транспортними засобами у певних частках. Також можливі випадки послідовного використання декількох видів транспорту для доставки одного й того самого вантажу.

Саме тому у багатовимірних моделях змінні задачі мають складнішу структуру порівняно з класичною транспортною задачею. Величина перевезення визначається не лише парою «постачальник–споживач», але й конкретним видом транспорту. Це дозволяє більш детально описувати логістичні процеси та формувати гнучкі транспортні схеми.

Важливою перевагою багатовимірного подання є можливість адаптації моделей до різних практичних умов. Наприклад, у разі зміни тарифів або обмеження доступності певного виду транспорту модель може бути оперативно скоригована шляхом зміни відповідних параметрів матриці. Це робить багатовимірні транспортні моделі ефективним інструментом підтримки управлінських рішень у сфері логістики.

Разом із тим безпосереднє розв’язання багатовимірних транспортних задач часто є складним через значну кількість змінних та обмежень. Саме тому на практиці широко застосовуються методи трансформації багатовимірних моделей до класичних двовимірних транспортних задач. Такий підхід дозволяє використовувати відомі алгоритми оптимізації, зокрема метод потенціалів, для знаходження оптимальних планів перевезень.

Таким чином, багатовимірне подання транспортних процесів дозволяє враховувати реальні особливості функціонування сучасних логістичних систем та описувати перевезення із використанням різних видів транспорту. Використання тривимірних матриць вартостей забезпечує більш точне формалізоване подання транспортних процесів, однак одночасно потребує застосування спеціальних підходів до побудови та розв’язання математичних моделей.

2.4. Підходи до зведення багатовимірних транспортних моделей до класичної транспортної задачі

У сучасних логістичних системах транспортні процеси часто характеризуються значною кількістю параметрів, які одночасно впливають на процес перевезення вантажів. До таких параметрів належать вид транспорту, час доставки, напрямок руху, тип вантажу, сезонність перевезень, обмеження транспортної інфраструктури та інші фактори. У результаті математичні моделі транспортних процесів набувають багатовимірного характеру, що значно ускладнює їх розв'язання класичними методами дослідження операцій.

Багатовимірні транспортні моделі дозволяють більш точно описувати реальні логістичні процеси, однак їх практичне використання супроводжується значними обчислювальними труднощами. Зі збільшенням кількості вимірів різко зростає обсяг вихідних даних, кількість змінних та обмежень моделі, що призводить до збільшення часу розрахунків і складності побудови оптимального плану перевезень. Саме тому важливим напрямом математичного моделювання є зведення багатовимірних транспортних задач до класичної двовимірної транспортної задачі, для якої вже існує розвинений апарат ефективних методів оптимізації.

Перетворення матриць вартостей. Одним із основних етапів трансформації багатовимірної транспортної моделі є перетворення багатовимірних матриць транспортних витрат у двовимірну форму. У класичній транспортній задачі вартість перевезення задається матрицею, елементи якої характеризують витрати на транспортування одиниці вантажу від певного постачальника до конкретного споживача. У багатовимірних моделях вартість перевезення залежить не лише від пунктів відправлення та призначення, а й від додаткових параметрів, зокрема виду транспорту.

У випадку використання декількох видів транспорту формується тривимірна матриця вартостей:

$$C_{ijk}.$$

Кожен елемент такої матриці характеризує витрати на перевезення одиниці вантажу між відповідними пунктами із застосуванням певного виду

транспорту. Для приведення задачі до класичної форми необхідно виконати трансформацію цієї матриці у двовимірну структуру.

Найпоширенішим підходом є формування узагальнених тарифів перевезення. У цьому випадку для кожної пари «постачальник – споживач» визначається агреговане значення транспортних витрат, яке враховує всі можливі варіанти доставки. Узагальнений тариф може формуватися на основі мінімальної вартості перевезення:

$$c_{ij} = \min_k \{C_{ijk}\}. \quad (2.1)$$

Такий підхід дозволяє вибрати найбільш економічний вид транспорту для кожного маршруту. У деяких випадках використовується середньозважене значення транспортних витрат, яке враховує частку використання різних транспортних засобів або ймовірність їх застосування.

Перетворення матриць вартостей може також включати введення додаткових коефіцієнтів, які враховують час доставки, ризики перевезення, надійність транспортної системи та інші логістичні параметри. Це дозволяє отримати більш реалістичну двовимірну модель, яка зберігає основні характеристики багатовимірної задачі.

Формування еквівалентних двовимірних моделей

Наступним етапом трансформації є формування еквівалентної двовимірної транспортної моделі. Основна ідея такого підходу полягає у перетворенні додаткових вимірів багатовимірної задачі у нові рядки або стовпці класичної транспортної таблиці.

Наприклад, якщо в системі використовуються декілька видів транспорту, то кожен постачальник може бути поданий у вигляді декількох умовних постачальників, кожен з яких відповідає окремому виду транспорту. У такому випадку кількість рядків транспортної таблиці збільшується пропорційно кількості транспортних засобів.

Аналогічно може виконуватися деталізація споживачів. Для кожного пункту призначення створюються окремі умовні споживачі залежно від способу доставки або часових параметрів перевезення. У результаті формується розширена двовимірна транспортна матриця, яка формально відповідає класичній транспортній задачі.

Такий підхід дозволяє використовувати стандартні методи оптимізації транспортних задач, зокрема:

- метод північно-західного кута;
- метод мінімального елемента;
- метод Фогеля;
- метод потенціалів;
- модифікований розподільчий метод.

Після розв'язання отриманої двовимірної задачі результати інтерпретуються у контексті початкової багатовимірної моделі.

Принципи агрегування транспортних витрат

Однією з ключових проблем при зведенні багатовимірних моделей до класичної транспортної задачі є правильне агрегування транспортних витрат. Надмірне спрощення моделі може призвести до втрати важливої інформації про реальні характеристики транспортного процесу, тоді як недостатнє агрегування зберігає високу складність задачі.

Агрегування транспортних витрат здійснюється на основі певних критеріїв оптимізації. Найчастіше використовуються такі принципи:

- мінімізація сукупних транспортних витрат;
- мінімізація часу доставки;
- мінімізація ризиків перевезення;
- забезпечення рівномірного завантаження транспортної системи;
- забезпечення надійності логістичних операцій.

У практичних задачах часто застосовується комбінований критерій, який враховує одночасно декілька параметрів. У цьому випадку формується інтегральний показник транспортних витрат:

$$Z = \alpha C + \beta T + \gamma R \quad (2.2)$$

де C – транспортні витрати;

T – час доставки;

R – ризики перевезення;

α, β, γ – вагові коефіцієнти.

Використання інтегральних критеріїв дозволяє врахувати комплексний вплив різних факторів на ефективність транспортного процесу та забезпечити більш обґрунтований вибір оптимального плану перевезень.

Переваги використання класичних методів після трансформації задачі

Зведення багатовимірної транспортної задачі до класичної двовимірної форми забезпечує можливість використання добре досліджених методів транспортної оптимізації. Однією з головних переваг такого підходу є значне зниження обчислювальної складності задачі.

Класичні методи розв'язання транспортної задачі мають відносно просту алгоритмічну реалізацію та дозволяють швидко отримувати оптимальні або близькі до оптимальних плани перевезень навіть для великих транспортних систем. Це особливо важливо в умовах оперативного управління логістичними процесами, коли рішення необхідно приймати у короткі терміни.

Ще однією перевагою є можливість використання стандартного програмного забезпечення для розв'язання транспортних задач. Більшість сучасних систем математичного моделювання та логістичного планування вже містять реалізацію класичних транспортних алгоритмів, що значно спрощує практичне застосування моделей.

Крім того, використання двовимірних моделей забезпечує кращу наочність результатів. Транспортні плани можуть бути представлені у вигляді стандартних таблиць, що полегшує їх аналіз, інтерпретацію та використання при прийнятті управлінських рішень.

Водночас необхідно враховувати, що будь-яка трансформація багатовимірної моделі супроводжується певною втратою інформації. Тому при побудові еквівалентних двовимірних моделей важливо забезпечити баланс між спрощенням задачі та збереженням основних характеристик транспортного процесу. Саме правильний вибір методів агрегування та трансформації визначає ефективність використання класичних транспортних моделей для аналізу складних логістичних систем.

2.5. Моделі розподілу вантажу між видами транспорту

У сучасних транспортно-логістичних системах важливе значення має раціональний розподіл вантажопотоків між різними видами транспорту. Використання лише одного транспортного засобу не завжди забезпечує мінімальні витрати або необхідний рівень ефективності перевезень. Саме тому в практиці організації логістичних процесів широко застосовуються комбіновані схеми доставки, у межах яких вантаж може розподілятися між декількома видами транспорту залежно від економічних, технологічних та часових параметрів перевезення.

Розподіл вантажу між транспортними засобами дозволяє більш гнучко використовувати транспортну інфраструктуру, зменшувати навантаження на окремі види транспорту, скорочувати транспортні витрати та підвищувати надійність доставки. Особливо актуальним це є для великих транспортних систем, де одночасно використовуються автомобільний, залізничний, водний та авіаційний транспорт.

Математичне моделювання процесів розподілу вантажу між видами транспорту є одним із важливих напрямів дослідження транспортних систем. Такі моделі дозволяють визначити оптимальні обсяги перевезень для кожного виду транспорту та забезпечити найбільш ефективну організацію логістичних процесів.

Модель часткового розподілу вантажу між транспортними засобами. На відміну від класичної транспортної задачі, у якій весь обсяг вантажу між певним постачальником і споживачем перевозиться одним маршрутом, у багатовидових транспортних системах допускається частковий розподіл вантажу між декількома транспортними засобами.

У цьому випадку загальний обсяг перевезення може бути поділений між різними видами транспорту залежно від їх вартості, швидкості доставки, пропускної здатності або інших параметрів. Наприклад, частина вантажу може перевозитися автомобільним транспортом для забезпечення швидкої доставки, а інша частина – залізничним транспортом для мінімізації витрат.

Для опису такого процесу вводиться змінна x_{ijk} .

Змінна характеризує кількість вантажу, яка перевозиться від постачальника i до споживача j із використанням виду транспорту k .

Цільова функція задачі мінімізації транспортних витрат має вигляд:

$$Z = \sum_i \sum_j \sum_k C_{ijk} x_{ijk} \rightarrow \min \quad (2.3)$$

де C_{ijk} – витрати на перевезення одиниці вантажу відповідним видом транспорту.

Модель повинна задовольняти систему обмежень. Для кожного постачальника сумарний обсяг відправленого вантажу не може перевищувати наявні ресурси:

$$\sum_j \sum_k x_{ijk} = a_i \quad (2.4)$$

де a_i – запас вантажу у постачальника i .

Для кожного споживача повинна бути забезпечена необхідна потреба:

$$\sum_i \sum_k x_{ijk} = b_j \quad (2.5)$$

де b_j – потреба споживача j .

Додатково можуть вводитися обмеження на пропускну здатність окремих видів транспорту:

$$\sum_i \sum_j x_{ijk} \leq d_k \quad (2.6)$$

де d_k – максимально допустимий обсяг перевезень для виду транспорту k .

Подібні моделі дозволяють враховувати реальні умови функціонування транспортної системи та формувати більш ефективні схеми організації перевезень.

Особливості часткового розподілу вантажів. Частковий розподіл вантажу між видами транспорту має низку важливих переваг. Насамперед це забезпечує можливість комбінування переваг різних транспортних засобів. Автомобільний транспорт характеризується високою мобільністю та гнучкістю маршрутів, залізничний – великою провізною здатністю та нижчою собівартістю перевезень, водний транспорт – економічністю при перевезенні масових вантажів на великі відстані, а авіаційний – максимальною швидкістю доставки.

Завдяки комбінованому використанню транспортних засобів підприємства можуть оптимізувати логістичні витрати та підвищити ефективність транспортного обслуговування. Крім того, розподіл вантажів між декількома видами транспорту дозволяє зменшити ризики перевантаження транспортної інфраструктури та підвищити стійкість логістичної системи до зовнішніх впливів.

Водночас реалізація таких моделей супроводжується певними труднощами. Необхідність координації різних видів транспорту ускладнює процес управління перевезеннями, збільшує вимоги до інформаційного забезпечення та потребує додаткових витрат на організацію перевантажувальних операцій.

Порівняння підходів до організації перевезень. У транспортній логістиці можна виділити декілька основних підходів до організації перевезень залежно від способу використання транспортних засобів.

Перший підхід передбачає використання одного виду транспорту для всього маршруту доставки. Така схема є найбільш простою з точки зору організації перевезень та управління транспортним процесом. Вона характеризується мінімальною кількістю перевантажувальних операцій та спрощеним документообігом. Проте використання лише одного виду транспорту не завжди забезпечує оптимальні економічні результати, особливо при перевезенні вантажів на великі відстані.

Другий підхід базується на комбінованих перевезеннях, коли різні ділянки маршруту обслуговуються різними видами транспорту. Наприклад, основна частина маршруту може виконуватися залізничним транспортом, а доставка безпосередньо до споживача – автомобільним транспортом. Такий підхід дозволяє поєднати переваги різних транспортних систем та зменшити сукупні витрати.

Третій підхід передбачає частковий паралельний розподіл вантажу між декількома видами транспорту одночасно. У цьому випадку один і той самий вантажопотік ділиться між транспортними засобами залежно від їх поточних можливостей, вартості перевезень або часових характеристик. Подібний підхід є найбільш гнучким, однак потребує складнішого математичного апарату та більш високого рівня координації транспортного процесу.

Порівняння різних підходів показує, що вибір оптимальної схеми організації перевезень залежить від особливостей транспортної системи, типу

вантажу, відстані перевезення, вимог до термінів доставки та економічних умов функціонування логістичної мережі.

У сучасних умовах розвитку транспортної логістики найбільш перспективним напрямом є використання інтегрованих багатовидових транспортних систем, які забезпечують адаптивний розподіл вантажопотоків між різними видами транспорту. Це дозволяє підвищити ефективність використання транспортної інфраструктури, мінімізувати транспортні витрати та забезпечити більш високу якість логістичного обслуговування.

2.6. Практичні аспекти застосування математичних моделей у транспортній логістиці

Сучасна транспортна логістика характеризується високим рівнем складності організації перевезень, необхідністю оперативного прийняття рішень та постійною зміною умов функціонування транспортних систем. У таких умовах ефективне управління вантажопотоками неможливе без використання математичних моделей, які дозволяють формалізувати транспортні процеси, аналізувати різні варіанти організації перевезень та знаходити оптимальні рішення.

Математичні моделі транспортної логістики застосовуються для планування маршрутів, розподілу вантажів між транспортними засобами, визначення оптимальних схем доставки, оцінювання транспортних витрат та прогнозування роботи логістичних систем. Їх використання забезпечує можливість комплексного аналізу транспортних процесів та підвищує обґрунтованість управлінських рішень.

Особливого значення математичне моделювання набуває в умовах розвитку багатовидових перевезень, коли транспортні процеси включають взаємодію декількох видів транспорту та значну кількість взаємопов'язаних логістичних параметрів.

Використання моделей у діяльності логістичних підприємств

Логістичні підприємства активно використовують математичні моделі для оптимізації своєї діяльності та підвищення конкурентоспроможності. Одним із найбільш поширених напрямів застосування моделей є планування перевезень та управління транспортними потоками.

За допомогою транспортних моделей підприємства можуть визначати найбільш економічно вигідні маршрути доставки вантажів, розподіляти транспортні ресурси між замовленнями та прогнозувати потребу у транспортних засобах. Використання моделей дозволяє враховувати велику кількість факторів, серед яких:

- транспортні тарифи;
- пропускна здатність маршрутів;
- часові обмеження доставки;
- обсяги вантажопотоків;
- технічні характеристики транспортних засобів;
- витрати на перевантаження вантажів;
- ризики затримок та порушення графіків доставки.

Особливо важливим є використання математичних моделей у роботі логістичних центрів та транспортно-експедиторських компаній, які координують перевезення між різними видами транспорту. У таких системах моделі дозволяють оптимізувати графіки перевезень, узгоджувати роботу терміналів та забезпечувати ефективне використання транспортної інфраструктури.

Крім того, сучасні логістичні підприємства активно інтегрують математичні моделі у спеціалізовані інформаційні системи управління перевезеннями. Це дозволяє автоматизувати процеси прийняття рішень та оперативно реагувати на зміни транспортної ситуації.

Підвищення ефективності транспортних процесів

Одним із головних результатів використання математичних моделей є підвищення ефективності транспортних процесів. Завдяки оптимізації маршрутів та раціональному розподілу вантажопотоків зменшуються

непродуктивні пробіги транспортних засобів, скорочуються простої та підвищується рівень використання транспортних ресурсів.

Математичні моделі дозволяють визначати оптимальні схеми доставки вантажів з урахуванням різних критеріїв ефективності. Найчастіше такими критеріями є:

- мінімізація транспортних витрат;
- скорочення часу доставки;
- підвищення рівня завантаження транспорту;
- зменшення кількості перевантажень;
- забезпечення стабільності транспортних процесів.

У багатовидових транспортних системах використання моделей забезпечує можливість ефективного комбінування різних видів транспорту. Наприклад, основна частина маршруту може виконуватися залізничним або водним транспортом, а доставка до кінцевого споживача — автомобільним транспортом. Такий підхід дозволяє поєднати переваги різних транспортних систем та підвищити загальну ефективність логістичного процесу.

Важливим напрямом є також використання моделей для оперативного управління транспортними процесами в умовах невизначеності. За допомогою математичного моделювання підприємства можуть швидко перебудовувати транспортні схеми у разі зміни дорожньої ситуації, виникнення затримок або перевантаження окремих маршрутів.

Мінімізація витрат та підвищення гнучкості перевезень. Однією з основних цілей застосування математичних моделей у транспортній логістиці є мінімізація сукупних витрат на організацію перевезень. Транспортні витрати формують значну частину загальних логістичних витрат підприємств, тому їх оптимізація безпосередньо впливає на економічну ефективність діяльності.

Математичні моделі дозволяють знаходити оптимальні варіанти перевезень шляхом мінімізації цільових функцій:

$$Z = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (2.7)$$

Завдяки використанню моделей підприємства можуть:

- скорочувати витрати на паливо;
- зменшувати витрати на експлуатацію транспорту;
- мінімізувати витрати на перевантажувальні операції;
- знижувати втрати часу під час перевезення;
- оптимізувати використання транспортного парку.

Окрім економічного ефекту, математичні моделі забезпечують підвищення гнучкості транспортних систем. У сучасних умовах транспортна логістика повинна швидко адаптуватися до змін попиту, сезонних коливань вантажопотоків, зміни тарифів та зовнішніх обмежень.

Використання моделей дозволяє оперативно формувати альтернативні варіанти доставки та швидко перебудовувати транспортні схеми без суттєвого зниження ефективності роботи системи. Це особливо важливо для міжнародних перевезень та складних багаторівневих логістичних мереж.

Перспективи розвитку моделей багатовидових перевезень. Подальший розвиток транспортної логістики безпосередньо пов'язаний із удосконаленням математичних моделей багатовидових перевезень. Зростання обсягів міжнародної торгівлі, розвиток глобальних логістичних мереж та підвищення вимог до швидкості доставки обумовлюють необхідність створення більш складних та адаптивних моделей управління транспортними процесами.

Одним із перспективних напрямів є інтеграція математичних моделей із сучасними інформаційними технологіями. Використання систем штучного інтелекту, технологій великих даних та автоматизованих систем моніторингу дозволяє формувати динамічні транспортні моделі, які здатні адаптуватися до змін транспортної ситуації у режимі реального часу.

Важливого значення набувають стохастичні моделі, які враховують випадковий характер багатьох параметрів транспортного процесу. Такі моделі

дозволяють більш точно прогнозувати роботу транспортних систем в умовах невизначеності та ризиків.

Перспективним напрямом є також розвиток екологічно орієнтованих транспортних моделей, у яких поряд із економічними показниками враховуються екологічні наслідки перевезень. У таких моделях оптимізація транспортних процесів здійснюється з урахуванням рівня викидів шкідливих речовин, енергоефективності транспортних засобів та впливу транспортної діяльності на навколишнє середовище.

Крім того, у майбутньому очікується активне використання інтелектуальних транспортних систем, у яких математичні моделі будуть інтегровані із системами автоматичного управління транспортом, цифровими платформами логістики та технологіями автономних перевезень.

Таким чином, математичне моделювання є одним із ключових інструментів розвитку сучасної транспортної логістики. Використання математичних моделей забезпечує підвищення ефективності транспортних процесів, зменшення витрат, покращення якості логістичного обслуговування та створює основу для подальшого розвитку інтегрованих багатовидових транспортних систем.

2.7 Висновки до розділу

У другому розділі було розглянуто теоретичні та прикладні аспекти організації багатовидових перевезень і особливості математичного опису транспортних процесів за умов використання декількох видів транспорту. Проведений аналіз показав, що сучасні логістичні системи характеризуються високим рівнем складності, значною кількістю взаємопов'язаних параметрів та необхідністю одночасного врахування економічних, часових і технологічних факторів перевезення.

Дослідження особливостей багатовидових перевезень дозволило встановити, що комбіноване використання різних транспортних засобів

забезпечує суттєві переваги порівняно з одновидовими схемами доставки. Поєднання автомобільного, залізничного, водного та інших видів транспорту дозволяє більш ефективно використовувати транспортну інфраструктуру, зменшувати витрати на перевезення, підвищувати гнучкість логістичних систем та забезпечувати оптимізацію транспортних потоків.

Разом із тим було визначено, що багатовидові перевезення супроводжуються значним ускладненням процесу управління транспортними операціями. Необхідність координації роботи різних транспортних систем, узгодження графіків перевезень, організації перевантажувальних операцій та врахування великої кількості обмежень формує потребу у використанні спеціалізованих математичних моделей.

У межах розділу проаналізовано підходи до формування транспортних витрат при використанні різних видів транспорту та досліджено особливості побудови багатовимірних транспортних моделей. Встановлено, що традиційні двовимірні транспортні задачі не завжди дозволяють адекватно описати сучасні логістичні процеси, оскільки реальні транспортні системи характеризуються наявністю додаткових вимірів, пов'язаних із вибором виду транспорту, часовими параметрами, обмеженнями пропускну здатності та іншими факторами.

Розгляд багатовимірного подання транспортних процесів показав, що використання тривимірних та багатовимірних матриць вартостей перевезень забезпечує більш повний опис транспортної системи та дозволяє враховувати різні варіанти організації доставки вантажів. Водночас збільшення кількості параметрів задачі призводить до суттєвого зростання обчислювальної складності моделей.

У зв'язку з цим особливу увагу було приділено підходам до зведення багатовимірних транспортних моделей до класичної транспортної задачі. Досліджено методи агрегування транспортних витрат, формування еквівалентних двовимірних моделей та використання класичних методів оптимізації після трансформації задачі. Встановлено, що подібний підхід

дозволяє поєднати переваги детального опису транспортного процесу із можливістю застосування ефективних алгоритмів транспортної оптимізації.

Також у розділі було розглянуто моделі розподілу вантажу між видами транспорту. Визначено, що частковий розподіл вантажопотоків між транспортними засобами дозволяє більш гнучко організовувати логістичні процеси, підвищувати рівень використання транспортної інфраструктури та мінімізувати сукупні транспортні витрати. Проведене порівняння різних підходів до організації перевезень підтвердило доцільність використання комбінованих транспортних схем у сучасних логістичних системах.

Аналіз практичних аспектів застосування математичних моделей у транспортній логістиці показав, що використання моделей забезпечує підвищення ефективності транспортних процесів, скорочення витрат, оптимізацію маршрутів перевезень та покращення якості логістичного обслуговування. Окремо було визначено перспективні напрями розвитку моделей багатовидових перевезень, пов'язані з інтеграцією інформаційних технологій, систем штучного інтелекту та адаптивних методів управління транспортними процесами.

Таким чином, результати проведеного теоретичного дослідження підтверджують необхідність використання спеціалізованих математичних моделей для опису та оптимізації багатовидових транспортних систем. Отримані у розділі положення створюють теоретичну основу для подальшої побудови математичних моделей транспортних процесів та розроблення методів оптимізації перевезень.

У наступному розділі буде здійснено безпосередню побудову математичних моделей транспортної задачі для випадку використання декількох видів транспорту, сформовано систему обмежень та цільові функції моделей, а також розглянуто методи їх практичного розв'язання.

РОЗДІЛ 3

МОДЕЛЮВАННЯ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ З ВИКОРИСТАННЯМ ДВОХ ВИДІВ ТРАНСПОРТУ

3.1 Постановка транспортної задачі з двома видами транспорту та загальна математична модель

Нехай задано m постачальників вантажу $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_m$, у яких сконцентрований вантаж відповідно у кількостях $a_1, a_2, \dots, a_m$ одиниць. Даний вантаж необхідно перевезти до n споживачів вантажу $B_1, B_2, \dots, B_j, \dots, B_n$, яким він потрібен відповідно у кількостях $b_1, b_2, \dots, b_n$ одиниць. Вантаж може бути перевезений двома видами транспортних засобів і відома вартість перевезення одиниці вантажу кожним видом, які задані у вигляді тривимірної матриці:

$$\begin{pmatrix} C_{11}^1 & C_{12}^1 & \dots & C_{1n}^1 \\ C_{21}^1 & C_{22}^1 & \dots & C_{2n}^1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{m1}^1 & C_{m2}^1 & \dots & C_{mn}^1 \\ \hline C_{11}^2 & C_{12}^2 & \dots & C_{1n}^2 \\ C_{21}^2 & C_{22}^2 & \dots & C_{2n}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{m1}^2 & C_{m2}^2 & \dots & C_{mn}^2 \end{pmatrix}$$

або скорочено:

$$C_{ij}^k,$$

де i – номер постачальника вантажу, $i = \overline{1, m}$;

j – номер споживача вантажу, $j = \overline{1, n}$;

k – вид транспортного засобу, $k = \overline{1, 2}$.

Необхідно скласти такий план перевезень, який дозволяє вивезти весь вантаж від постачальників, задовільнити потреби усіх споживачів та який має найменшу вартість.

Позначимо план перевезень через:

$$X = \left\{ \begin{matrix} x_{11}^1, x_{12}^1, \dots, x_{1n}^1, x_{21}^1, x_{22}^1, \dots, x_{2n}^1, \dots, x_{m1}^1, x_{m2}^1, \dots, x_{mn}^1, \\ x_{11}^2, x_{12}^2, \dots, x_{1n}^2, x_{21}^2, x_{22}^2, \dots, x_{2n}^2, \dots, x_{m1}^2, x_{m2}^2, \dots, x_{mn}^2 \end{matrix} \right\},$$

де x_{ij}^k – кількість вантажу, що перевозиться від постачальника i до споживача j видом транспорту k .

Побудуємо модель даної задачі.

Цільова функція такої задачі буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} F = & C_{11}^1 \cdot x_{11}^1 + C_{12}^1 \cdot x_{12}^1 + \dots + C_{1n}^1 \cdot x_{1n}^1 + C_{21}^1 \cdot x_{21}^1 + C_{22}^1 \cdot x_{22}^1 + \dots + C_{2n}^1 \cdot x_{2n}^1 \\ & + \dots + \\ & + C_{m1}^1 \cdot x_{m1}^1 + C_{m2}^1 \cdot x_{m2}^1 + \dots + C_{mn}^1 \cdot x_{mn}^1 + C_{11}^2 \cdot x_{11}^2 + C_{12}^2 \cdot x_{12}^2 + \dots + C_{1n}^2 \cdot x_{1n}^2 \\ & + \\ & + C_{21}^2 \cdot x_{21}^2 + C_{22}^2 \cdot x_{22}^2 + \dots + C_{2n}^2 \cdot x_{2n}^2 + \dots + C_{m1}^2 \cdot x_{m1}^2 + C_{m2}^2 \cdot x_{m2}^2 + \dots \\ & + C_{mn}^2 \cdot x_{mn}^2 = \\ & = \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij}^k \cdot x_{ij}^k \rightarrow \min \end{aligned}$$

Розглянемо декілька різних підмоделей такої задачі в залежності від конкретних умов, за яких вантаж може бути перерозподілений за різними видами транспорту.

3.2 Модель транспортної задачі з послідовним використанням двох видів транспорту

Припустимо, що від кожного постачальника до кожного споживача вантаж доставляється спочатку одним видом транспорту, потім другим.

Очевидно, що в такій ситуації кількість вантажу, що перевозиться між конкретними постачальником та споживачем першим та другим видом транспорту буде однаковою, адже перевозиться той самий вантаж, тобто:

$$x_{ij}^1 = x_{ij}^2,$$

де i та j – фіксовані.

В цьому випадку для зведення такої задачі до класичної інтерпретації необхідно створити двовимірну матрицю вартостей перевезень, кожен елемент якої є сумою двох відповідних елементів з початкової тривимірної матриці вартостей перевезень (3.1), що розташовані в одній лінії відносно координатної вісі виду транспорту.

Нова матриця вартостей буде мати наступний вигляд:

$$\begin{pmatrix} C_{11}^1 + C_{11}^2 & C_{12}^1 + C_{12}^2 & \dots & C_{1n}^1 + C_{1n}^2 \\ C_{21}^1 + C_{21}^2 & C_{22}^1 + C_{22}^2 & \dots & C_{2n}^1 + C_{2n}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{m1}^1 + C_{m1}^2 & C_{m2}^1 + C_{m2}^2 & \dots & C_{mn}^1 + C_{mn}^2 \end{pmatrix}$$

Далі для знаходження оптимального плану перевезень вантажу можна застосовувати відомі методи розв'язання транспортної задачі, наприклад, найпоширеніший метод потенціалів.

Розглянемо числовий приклад.

Знайти найдешевший план перевезень для транспортної задачі за наступними умовами. Нехай задано 4 постачальників вантажу A_1, A_2, A_3, A_4 , у яких сконцентрований вантаж відповідно у кількостях 200, 250, 150, 300 одиниць. Даний вантаж необхідно перевезти до 5 споживачів вантажу B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 , яким він потрібен відповідно у кількостях 200, 200, 100, 250, 150 одиниць. Вантаж може бути перевезений двома видами транспортних засобів і вартість перевезення одиниці вантажу кожним видом транспорту задано у вигляді тривимірної матриці:

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 & 7 & 8 \\ 7 & 3 & 4 & 9 & 5 \\ 5 & 8 & 7 & 6 & 4 \\ 6 & 4 & 6 & 7 & 9 \\ \hline 8 & 9 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 7 & 8 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 9 & 8 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Для розв'язання такої задачі спочатку складаємо підсумкову матрицю вартостей згідно до виразу (3):

$$\begin{pmatrix} 13 & 15 & 8 & 12 & 14 \\ 13 & 10 & 12 & 12 & 9 \\ 8 & 5 & 11 & 11 & 9 \\ 10 & 13 & 14 & 14 & 13 \end{pmatrix}$$

Далі складаємо таблицю планування методу потенціалів, використовуючи в якості вартостей перевезень значення матриці (4). Застосується алгоритм самого методу потенціалів, результати застосування якого наведено в табл. 3.1–3.11.

Таблиця 3.1

Таблиця вартостей перевезень

	B1	B2	B3	B4	B5	Запаси
A1	13	15	8	12	14	200
A2	13	10	12	12	9	250
A3	8	5	11	11	9	150
A4	10	13	14	14	13	300
Потреби	200	200	100	250	150	

Сума запасів дорівнює сумі потреб, тому транспортна задача є закритою.

$$\Sigma a_i = 200 + 250 + 150 + 300 = 900$$

$$\Sigma b_j = 200 + 200 + 100 + 250 + 150 = 900$$

Побудова початкового опорного плану методом мінімального елемента.

Крок 1. Найменший тариф у таблиці становить 5 у клітинці A3B2. У дану клітинку направляємо максимально можливий обсяг перевезень.

Таблиця 3.2

Транспортна таблиця після кроку 1

	B1	B2	B3	B4	B5	Запаси
A1	13	15	8	12	14	200
A2	13	10	12	12	9	250
A3	8	5 [150]	11	11	9	150
A4	10	13	14	14	13	300
Потреби	200	200	100	250	150	

Після виконання даного кроку виконується перерахунок залишків запасів та потреб. Процес побудови опорного плану продовжується до повного заповнення транспортної таблиці.

Крок 2. Наступний мінімальний тариф дорівнює 8 у клітинці A1B3. Задовольняємо потребу третього споживача повністю.

Таблиця 3.3

Транспортна таблиця після кроку 2

	B1	B2	B3	B4	B5	Запаси
A1	13	15	8 [100]	12	14	200
A2	13	10	12	12	9	250
A3	8	5 [150]	11	11	9	150
A4	10	13	14	14	13	300
Потреби	200	200	100	250	150	

Після виконання даного кроку виконується перерахунок залишків запасів та потреб. Процес побудови опорного плану продовжується до повного заповнення транспортної таблиці.

Крок 3. Далі розглядаємо клітинку A2B5 з тарифом 9. У неї направляємо 150 одиниць вантажу.

Таблиця 3.4

Транспортна таблиця після кроку 3

	B1	B2	B3	B4	B5	Запаси
A1	13	15	8 [100]	12	14	200
A2	13	10	12	12	9 [150]	250
A3	8	5 [150]	11	11	9	150
A4	10	13	14	14	13	300
Потреби	200	200	100	250	150	

Після виконання даного кроку виконується перерахунок залишків запасів та потреб. Процес побудови опорного плану продовжується до повного заповнення транспортної таблиці.

Крок 4. Для задоволення залишкової потреби другого споживача використовуємо клітинку A2B2.

Таблиця 3.5

Транспортна таблиця після кроку 4

	B1	B2	B3	B4	B5	Запаси
A1	13	15	8 [100]	12	14	200
A2	13	10 [50]	12	12	9 [150]	250
A3	8	5 [150]	11	11	9	150
A4	10	13	14	14	13	300
Потреби	200	200	100	250	150	

Після виконання даного кроку виконується перерахунок залишків запасів та потреб. Процес побудови опорного плану продовжується до повного заповнення транспортної таблиці.

Крок 5. Потребу першого споживача задовольняємо через клітинку A4B1.

Таблиця 3.6

Транспортна таблиця після кроку 5

	B1	B2	B3	B4	B5	Запаси
A1	13	15	8 [100]	12	14	200
A2	13	10 [50]	12	12	9 [150]	250
A3	8	5 [150]	11	11	9	150
A4	10 [200]	13	14	14	13	300
Потреби	200	200	100	250	150	

Після виконання даного кроку виконується перерахунок залишків запасів та потреб. Процес побудови опорного плану продовжується до повного заповнення транспортної таблиці.

Крок 6. Невикористані запаси та потреби закриваємо через клітинки A1B4 та A4B4.

Таблиця 3.7

Транспортна таблиця після кроку 6

	B1	B2	B3	B4	B5	Запаси
A1	13	15	8 [100]	12 [100]	14	200
A2	13	10 [50]	12	12 [50]	9 [150]	250
A3	8	5 [150]	11	11	9	150
A4	10 [200]	13	14	14 [100]	13	300
Потреби	200	200	100	250	150	

Після виконання даного кроку виконується перерахунок залишків запасів та потреб. Процес побудови опорного плану продовжується до повного заповнення транспортної таблиці.

Початковий опорний план.

Таблиця 3.8

Початковий опорний план

	B1	B2	B3	B4	B5	Запаси
A1	13	15	8 [100]	12 [100]	14	200
A2	13	10 [50]	12	12 [50]	9 [150]	250
A3	8	5 [150]	11	11	9	150
A4	10 [200]	13	14	14 [100]	13	300
Потреби	200	200	100	250	150	

Кількість базисних клітинок дорівнює $m+n-1 = 4+5-1 = 8$, тому отриманий план є невиродженим.

Перевірка оптимальності методом потенціалів. Для перевірки оптимальності знайденого опорного плану визначаємо потенціали u_i та v_j для базисних клітинок за умовою:

$$u_i + v_j = c_{ij}$$

1. Прийmemo $u_1 = 0$.
2. Для клітинки A1B3: $u_1 + v_3 = 8 \rightarrow v_3 = 8$.
3. Для клітинки A1B4: $u_1 + v_4 = 12 \rightarrow v_4 = 12$.
4. Для клітинки A2B4: $u_2 + 12 = 12 \rightarrow u_2 = 0$.
5. Для клітинки A2B5: $0 + v_5 = 9 \rightarrow v_5 = 9$.
6. Для клітинки A2B2: $0 + v_2 = 10 \rightarrow v_2 = 10$.
7. Для клітинки A3B2: $u_3 + 10 = 5 \rightarrow u_3 = -5$.
8. Для клітинки A4B4: $u_4 + 12 = 14 \rightarrow u_4 = 2$.
9. Для клітинки A4B1: $2 + v_1 = 10 \rightarrow v_1 = 8$.

Таблиця 3.9

Таблиця потенціалів

Потенціал	Позначення	Значення
u_1	u_1	0
u_2	u_2	0
u_3	u_3	-5
u_4	u_4	2

Потенціали споживачів: $v_1 = 8, v_2 = 10, v_3 = 8, v_4 = 12, v_5 = 9$.

Обчислення оцінок вільних клітинок. Для кожної вільної клітинки визначаємо оцінку за формулою:

$$\Delta_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j)$$

Клітинка	Оцінка
A1B1	$13 - (0 + 8) = 5$
A1B2	$15 - (0 + 10) = 5$
A1B5	$14 - (0 + 9) = 5$
A2B1	$13 - (0 + 8) = 5$
A2B3	$12 - (0 + 8) = 4$
A3B1	$8 - (-5 + 8) = 5$
A3B3	$11 - (-5 + 8) = 8$
A3B4	$11 - (-5 + 12) = 4$
A3B5	$9 - (-5 + 9) = 5$
A4B2	$13 - (2 + 10) = 1$
A4B3	$14 - (2 + 8) = 4$
A4B5	$13 - (2 + 9) = 2$

Усі оцінки є невід’ємними. Це означає, що покращення плану неможливе, а отриманий план є оптимальним.

Перевірка умов оптимальності.

Перевірка 1: від’ємних оцінок не виявлено, тому цикл перерахунку не будується.

Перевірка 2: від’ємних оцінок не виявлено, тому цикл перерахунку не будується.

Перевірка 3: від'ємних оцінок не виявлено, тому цикл перерахунку не будується.

Перевірка 4: від'ємних оцінок не виявлено, тому цикл перерахунку не будується.

Перевірка 5: від'ємних оцінок не виявлено, тому цикл перерахунку не будується.

Оскільки жодна з вільних клітинок не має від'ємної оцінки, перехід до нового опорного плану не виконується.

Оптимальний план перевезень.

Таблиця 3.10

Оптимальний транспортний план

	B1	B2	B3	B4	B5	Запаси
A1	13	15	8 [100]	12 [100]	14	200
A2	13	10 [50]	12	12 [50]	9 [150]	250
A3	8	5 [150]	11	11	9	150
A4	10 [200]	13	14	14 [100]	13	300
Потреби	200	200	100	250	150	

Таблиця 3.11

Таблиця планування методу потенціалів транспортної задачі

Матриця планування	Споживачі					Запаси
Постачальники	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	13	15	8 100	12 100	14	200
A_2	13	10 50	12	12 50	9 150	250
A_3	8	5 150	11	11	9	150
A_4	10 200	13	14	14 100	13	300
Потреби	200	200	100	250	150	900

Таким чином, оптимальний поставленої задачі план склав:

$$X = \{x_{13} = 100, x_{14} = 100, x_{21} = 50, x_{24} = 50, x_{34} = 150, x_{32} = 150, x_{41} = 200, x_{44} = 100, \}$$

Значення цільової функції складає:

$$F = 100 \cdot 8 + 100 \cdot 12 + 50 \cdot 10 + 50 \cdot 12 + 150 \cdot 9 + \\ ++ 150 \cdot 5 + 200 \cdot 10 + 100 \cdot 14 = 8600$$

3.3 Модель транспортної задачі з вибором найекономічнішого виду транспорту

Припустимо, що вантаж може бути перевезений тільки одним на вибір видом транспорту. В цьому випадку для вибору виду транспорту, яким буде перевезений вантаж, обирається той, вартість перевезення яким буде найдешевшою.

В цьому випадку для зведення такої задачі до класичної інтерпретації необхідно створити двовимірну матрицю вартостей перевезень, кожен елемент якої є мінімумом з двох відповідних елементів з початкової тривимірної матриці вартостей перевезень (1), що розташовані в одній лінії відносно координатної вісі виду транспорту.

Нова матриця вартостей буде мати наступний вигляд:

$$\begin{pmatrix} \min(C_{11}^1; C_{11}^2) & \min(C_{12}^1; C_{12}^2) & \dots & \min(C_{1n}^1; C_{1n}^2) \\ \min(C_{21}^1; C_{21}^2) & \min(C_{22}^1; C_{22}^2) & \dots & \min(C_{2n}^1; C_{2n}^2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \min(C_{m1}^1; C_{m1}^2) & \min(C_{m2}^1; C_{m2}^2) & \dots & \min(C_{mn}^1; C_{mn}^2) \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Далі для знаходження оптимального плану перевезень вантажу можна застосовувати метод потенціалів розв'язання транспортної задачі.

При розв'язанні конкретного числового задання при запису підсумкової матриці (5) та при подальшому заповненні таблиці планування методу потенціалів у значень вартостей перевезень слід вказувати для якого виду транспорту кожне з них відноситься. Це можна записувати верхнім індексом із позначенням номеру виду транспорту, наприклад, b^1 – тобто вартість перевезення складає b одиниць та застосується 1-ий вид транспорту. Також, аналогічне позначення слід вказувати і у значеннях самого плану перевезень. Це необхідне при формуванні плану перевезень для розподілу вантажу за видами транспорту.

Слід зазначити, що у випадку, коли мінімум для розрахунку якоїсь певної вартості співпадає для обох видів транспорту, то для складання плану перевезень можна обирати будь-який з них, якщо заздалегідь не обумовлено пріоритет конкретного виду транспорту.

Розглянемо числовий приклад 2.

В якості вхідних значень транспортної задачі візьмемо значення попереднього прикладу 1.

Для розв'язання такої задачі складаємо підсумкову матрицю вартостей згідно до виразу (5):

$$\begin{pmatrix} 5^1 & 6^1 & 4^1 & 5^2 & 6^2 \\ 6^2 & 3^1 & 4^1 & 3^2 & 4^2 \\ 3^2 & 7^2 & 4^2 & 5^2 & 4^1 \\ 4^2 & 4^1 & 6^1 & 7^1 & 4^2 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Далі складаємо таблицю планування методу потенціалів, використовуючи в якості вартостей перевезень значення матриці (6). Застосується алгоритм самого методу потенціалів, результати застосування якого наведені в табл. 3.12.

Таблиця 3.12

Таблиця планування методу потенціалів транспортної задачі

Матриця планування	Споживачі					Запаси
Постачальники	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	5^1	6^1	4^1 100	5^2 100	6^2	200
A_2	6^2	3^1 100	4^1	3^2 150	4^2	250
A_3	3^2 150	7^2	4^2	5^2	4^1	150
A_4	4^2 50	4^1 100	6^1	7^1	4^2 150	300
Потреби	200	200	100	250	150	900

Таким чином, оптимальний поставленої задачі план склав:

$$X = \left\{ \begin{array}{l} x_{13}^1 = 100, x_{14}^2 = 100, x_{22}^1 = 100, x_{24}^2 = 150, x_{31}^2 = 150, \\ x_{41}^2 = 50, x_{42}^1 = 100, x_{45}^2 = 150 \end{array} \right\}$$

Значення цільової функції складає:

$$F = 100 \cdot 4 + 100 \cdot 5 + 100 \cdot 3 + 150 \cdot 3 + 150 \cdot 3 + \\ + 50 \cdot 4 + 100 \cdot 4 + 150 \cdot 4 = 3300$$

Із запису оптимального плану видно не тільки значення самих перевезень, але й яким видом транспорту необхідно перевозити цей вантаж.

3.4 Модель транспортної задачі з розподілом вантажу між видами транспорту на основі часткових (ймовірнісних) коефіцієнтів

Тепер розглянемо інший варіант застосування двох видів транспорту. Припустимо, що для кожної пари «постачальник-споживач» задані наперед відсоткові відношення кількості вантажу, який може бути перевезений тим чи іншим видом транспорту. Це можуть бути ймовірнісні показники, які можуть бути визначені, наприклад, реально доступною для перевезення в даний час кількістю транспортних одиниць того чи іншого виду транспорту. Причому такі параметри інтерпретуються не як імовірність стохастичного вибору виду транспорту, а як детерміновані коефіцієнти розподілу вантажу між видами транспорту. У межах цієї моделі перевезення вантажу різними видами транспорту не є послідовними. Для кожної пари «постачальник-споживач» вантаж розподіляється між видами транспорту у фіксованих частках, визначених матрицею ймовірностей P , в якій будуть вказані значення для першого виду транспортних засобів. Відповідні значення для другого виду можна отримати шляхом віднімання від одиниці.

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m1} & p_{m2} & \dots & p_{mn} \end{pmatrix},$$

де $p_{ij} \in [0;1]$.

Параметри p_{ij} інтерпретуються не як імовірність стохастичного вибору виду транспорту, а як детерміновані коефіцієнти розподілу вантажу між видами транспорту. У межах цієї моделі перевезення вантажу різними видами транспорту не є послідовними. Для кожної пари «постачальник-споживач»

вантаж розподіляється між видами транспорту у фіксованих частках, визначених матрицею P .

Слід зазначити, що в тому числі можливі і випадки, коли $p_{ij}=0$ та $p_{ij}=1$, тобто коли вантаж в якихось окремих сполученнях доставляється транспортним засобом відповідно тільки другого або тільки першого виду.

Тоді розрахунок величин перевезень буде визначатися виразами:

$$\begin{cases} x_{ij}^1 = p_{ij} \cdot x_{ij} \\ x_{ij}^2 = (1 - p_{ij}) \cdot x_{ij} \\ x_{ij} = x_{ij}^1 + x_{ij}^2 \end{cases}$$

Тоді, враховуючи (8), цільова функція зазначеної моделі задачі буде мати наступний вигляд:

$$\begin{aligned} F &= (C_{11}^1 \cdot p_{11} + C_{11}^2(1 - p_{11})) \cdot x_{11} + \dots + (C_{mn}^1 \cdot p_{mn} + C_{mn}^2(1 - p_{mn})) \cdot x_{mn} \\ &= \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (C_{ij}^1 \cdot p_{ij} + C_{ij}^2(1 - p_{ij})) \cdot x_{ij} \rightarrow \min \end{aligned}$$

В цьому випадку для зведення такої задачі до класичної інтерпретації необхідно створити двовимірну матрицю вартостей перевезень, кожен елемент якої є мінімумом з лінійним виразом відповідних елементів з початкової тривимірної матриці вартостей перевезень (1), що розташовані в одній лінії відносно координатної вісі виду транспорту.

Нова матриця вартостей буде мати наступний вигляд:

$$\begin{pmatrix} C_{11}^1 \cdot p_{11} + C_{11}^2(1 - p_{11}) & C_{12}^1 \cdot p_{12} + C_{12}^2(1 - p_{12}) & \dots & C_{1n}^1 \cdot p_{1n} + C_{1n}^2(1 - p_{1n}) \\ C_{21}^1 \cdot p_{21} + C_{21}^2(1 - p_{21}) & C_{22}^1 \cdot p_{22} + C_{22}^2(1 - p_{22}) & \dots & C_{2n}^1 \cdot p_{2n} + C_{2n}^2(1 - p_{12}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{m1}^1 \cdot p_{m1} + C_{m1}^2(1 - p_{m1}) & C_{m2}^1 \cdot p_{m2} + C_{m2}^2(1 - p_{m2}) & \dots & C_{mn}^1 \cdot p_{mn} + C_{mn}^2(1 - p_{mn}) \end{pmatrix}$$

Далі аналогічно застосовуємо метод потенціалів розв'язання транспортної задачі.

Розглянемо числовий приклад 3.

В якості вхідних значень транспортної задачі візьмемо значення попереднього прикладу. Також, за умова моделі такої задачі задано матрицю ймовірностей розподілу вантажу за видами транспорту між кожним постачальником та кожним споживачем:

$$P = \begin{pmatrix} 0,52 & 0,4 & 0,64 & 0,88 & 0,19 \\ 0,35 & 1 & 0,81 & 0,63 & 0,48 \\ 0,2 & 0,65 & 0,34 & 0 & 0,78 \\ 0,45 & 0,7 & 0,28 & 0,15 & 0,59 \end{pmatrix}$$

Для розв'язання такої задачі складаємо підсумкову матрицю вартостей згідно до виразу (9):

$$\begin{pmatrix} 6,44 & 7,8 & 4 & 6,76 & 6,38 \\ 6,35 & 3 & 4,76 & 6,78 & 4,48 \\ 3,4 & 7,65 & 5,02 & 5 & 4,22 \\ 4,9 & 5,5 & 7,44 & 7 & 6,95 \end{pmatrix}$$

Тепер складаємо таблицю планування методу потенціалів, використовуючи в якості вартостей перевезень значення наведеної матриці.

Застосується алгоритм самого методу потенціалів, результати застосування якого наведені в табл.3.13.

Таблиця 3.13

Таблиця планування методу потенціалів транспортної задачі

Матриця планування	Споживачі					Запаси
Постачальники	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	6,44	7,8	4 100	6,76 100	6,38	200
A_2	6,35	3 200	4,76	6,78	4,48	250
A_3	3,4	7,65	5,02	5 50	4,22 100	150
A_4	4,9 200	5,5	7,44	7 100	6,95	300
Потреби	200	200	100	250	150	900

Таким чином, оптимальний поставленої задачі план склав:

$$X = \left\{ \begin{array}{l} x_{13}^1 = 100, x_{14}^2 = 100, x_{22}^1 = 100, x_{24}^2 = 150, x_{31}^2 = 150, \\ x_{41}^2 = 50, x_{42}^1 = 100, x_{45}^2 = 150 \end{array} \right\}$$

Значення цільової функції складає:

$$F = 100 \cdot 4 + 100 \cdot 6,76 + 200 \cdot 3 + 50 \cdot 5 + 100 \cdot 4,22 + \\ + 200 \cdot 4,9 + 100 \cdot 7 = 4252$$

3.5 Висновки до розділу

У третьому розділі було розроблено та досліджено математичні моделі транспортної задачі з використанням двох видів транспорту. Сформовано загальну математичну постановку задачі, яка враховує можливість перевезення вантажів різними транспортними засобами та дозволяє адаптувати класичну транспортну задачу до складніших умов організації перевезень.

У межах дослідження було розглянуто три основні варіанти організації транспортного процесу. Перша модель базувалася на послідовному використанні двох видів транспорту, що дозволило звести задачу до класичної транспортної задачі шляхом сумування транспортних тарифів. Друга модель передбачала вибір найекономічнішого виду транспорту для кожного маршруту перевезення, що забезпечило суттєве зменшення загальних транспортних витрат. Третя модель враховувала розподіл вантажу між видами транспорту на основі часткових коефіцієнтів, що дозволило більш гнучко описати процес організації перевезень.

Для всіх розглянутих моделей було побудовано математичні залежності, сформовано підсумкові матриці вартостей перевезень та виконано розв'язання задач методом потенціалів. На основі числових прикладів визначено оптимальні плани перевезень та проведено аналіз отриманих результатів.

Проведене дослідження підтвердило, що використання математичного моделювання дозволяє ефективно оптимізувати транспортні процеси, мінімізувати транспортні витрати та підвищити ефективність використання транспортних ресурсів. Запропоновані моделі можуть бути використані при плануванні вантажних перевезень у логістичних та транспортних системах різного призначення

ВИСНОВКИ

У результаті виконання даної роботи було досліджено особливості моделювання транспортних процесів та розглянуто можливості застосування методів транспортної задачі для оптимізації вантажних перевезень в умовах використання декількох видів транспорту. Проведене дослідження підтвердило, що транспортна задача є одним із найефективніших інструментів економіко-математичного моделювання логістичних систем, оскільки дозволяє формалізувати процеси розподілу вантажопотоків, мінімізувати транспортні витрати та підвищити ефективність функціонування транспортної системи в цілому.

У першому розділі роботи було проаналізовано теоретичні основи транспортної логістики та математичного моделювання транспортних процесів. Розглянуто сутність транспортної задачі, її основні типи та сфери практичного застосування. Визначено, що сучасні транспортні системи характеризуються високим рівнем складності, значною кількістю взаємозв'язаних параметрів та необхідністю оперативного прийняття оптимальних рішень. Саме тому застосування математичних методів у транспортній галузі є важливим засобом підвищення економічної ефективності перевезень, раціонального використання транспортних ресурсів та скорочення непродуктивних витрат.

У другому розділі було досліджено особливості моделювання вантажних перевезень та методи розв'язання транспортної задачі. Проаналізовано класичну постановку транспортної задачі, математичний апарат її опису та основні методи отримання оптимального плану перевезень. Значну увагу приділено методу потенціалів як одному з найбільш поширених та ефективних методів перевірки оптимальності транспортного плану. Також було розглянуто етапи побудови початкового опорного плану, визначення потенціалів та оцінок вільних клітинок, що дозволяє отримувати оптимальні рішення навіть для задач значної розмірності.

Основна увага у третьому розділі була приділена розробці та дослідженню математичних моделей транспортної задачі з використанням двох видів транспорту. Було сформовано загальну математичну модель задачі, у якій враховується можливість перевезення вантажу різними транспортними засобами. На основі цієї моделі запропоновано декілька варіантів організації перевезень залежно від умов функціонування транспортної системи.

У межах першої моделі розглянуто послідовне використання двох видів транспорту, при якому вантаж транспортується двома транспортними засобами послідовно. Було показано, що така задача може бути зведена до класичної транспортної задачі шляхом формування нової матриці вартостей перевезень як суми відповідних транспортних тарифів. На конкретному числовому прикладі побудовано початковий опорний план методом мінімального елемента, виконано перевірку оптимальності методом потенціалів та визначено оптимальний план перевезень із мінімальними витратами.

У другій моделі досліджено випадок, коли вантаж може бути перевезений лише одним із двох видів транспорту, а вибір транспортного засобу здійснюється за критерієм мінімальної вартості перевезення. Для цього було запропоновано формування підсумкової матриці тарифів шляхом вибору мінімальних значень серед тарифів двох видів транспорту. Отримані результати показали, що такий підхід дозволяє суттєво зменшити загальні транспортні витрати та забезпечити більш економічний розподіл вантажопотоків.

У третій моделі розглянуто задачу розподілу вантажу між видами транспорту на основі часткових коефіцієнтів. Особливістю даної моделі є врахування наперед заданих часток перевезення вантажу кожним видом транспорту для окремих напрямків перевезення. Це дозволяє моделювати реальні умови функціонування транспортної системи, коли обсяги використання певного виду транспорту обмежуються технічними, організаційними або ресурсними факторами. Було отримано математичну

модель задачі, сформовано підсумкову матрицю вартостей та визначено оптимальний план перевезень.

Проведені числові експерименти показали, що запропоновані моделі дозволяють ефективно адаптувати класичну транспортну задачу до більш складних умов організації перевезень, пов'язаних із використанням декількох видів транспорту. Практичне значення отриманих результатів полягає у можливості застосування розроблених моделей для планування вантажних перевезень у логістичних компаніях, транспортних підприємствах, розподільчих центрах та інших об'єктах транспортної інфраструктури.

Таким чином, поставлена мета роботи була досягнута, а всі поставлені завдання виконані. У роботі було узагальнено теоретичні положення транспортної задачі, розроблено математичні моделі транспортних процесів з використанням двох видів транспорту, а також продемонстровано практичне застосування запропонованих моделей на конкретних числових прикладах. Отримані результати можуть бути використані як основа для подальших досліджень у напрямку розвитку багатокритеріальних транспортних моделей, удосконалення логістичних систем та автоматизації процесів оптимального планування перевезень.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Волинець Л. М. Концептуальні аспекти формування мультимодальних перевезень в умовах глобалізації. *Економіка та управління на транспорті*. 2018. № 7. С. 121–132.
2. Кириченко Г. І., Стрелко О. Г., Бердниченко Ю. А., Петриковець О. В., Павлюк Є. І. Сучасні тенденції розвитку мультимодальної системи перевезення вантажів. *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: Технічні науки*. 2019. № 3. С. 148–153.
3. Славич В.П., Доброва К.Д. Модель та метод знаходження опорного та оптимальних планів модифікованої транспортної задачі у випадку групування постачальників вантажу. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2020. № 1. С. 187–193.
4. Славич В.П., Єльник В.В. Оптимізація процесу доставки вантажу газопостачального підприємства. *Вісник ХНТУ*. 2023. № 2 (85). С. 84 – 89.
5. Теоретико-методичні засади використання цифрових технологій в Україні шляхом впровадження досвіду ЄС. Підвищення економічної ефективності транспортних підприємств через цифровізацію процесу доставки вантажу різними видами транспорту: колективна монографія / Славич В.П. та ін. – Запоріжжя, 2024. 246 с. ISBN 978-617-8064-49-5
6. Aicha Ferjani, Amina El Yaagoubi, Jaouad Boukachour, Claude Duvallet. An optimization-simulation approach for synchromodal freight transportation. *Multimodal Transportation*. 2024. Vol. 3, Issue 3. 100151.
7. Claudia Archetti, Lorenzo Peirano, M. Grazia Speranz. Optimization in multimodal freight transportation problems: A Survey. *European Journal of Operational Research*. 2022. Vol. 299, Issue 1. P. 1–20.
8. Danchuk, V., Comi, A., Weiß, C., & Svatko, V. The optimization of cargo delivery processes with dynamic route updates in smart logistics. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2023. Vol. 2, No. 3 (122). P. 64–73.

9. Jonas Hatzenbühler, Erik Jenelius, Győző Gidófalvi, Oded Cats. Modular Vehicle Routing for Combined Passenger and Freight Transport. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*. 2023. Vol. 173, 103688.
10. Kadem, K., Ameli, M., Zargayouna, M., & Oukhellou, L. Multimodal urban transportation network equilibrium including intermodality and shared mobility services. *arXiv preprint arXiv*. 2024. 2402.00735.
11. Liu, S. Multimodal Transportation Route Optimization of Cold Chain Container in Time-Varying Network Considering Carbon Emissions. *Sustainability*. 2023. 15, 4435.
12. Liu, Z.; Zhou, S.; Liu, S. Optimization of Multimodal Transport Paths Considering a Low-Carbon Economy Under Uncertain Demand. *Algorithms*. 2025. Vol. 18, no. 2. 92.
13. Pérez-Lechuga, G., Martínez-Sánchez, J.F., Venegas-Martínez, F., Madrid-Fernández, K.N. A Routing Model for the Distribution of Perishable Food in a Green Cold Chain. *Mathematics*. 2024. 12, 332.
14. Ren, X.; Pan, S.; Zheng, G. Robust Optimization of Multimodal Transportation Route Selection Based on Multiple Uncertainties from the Perspective of Sustainable Transportation. *Sustainability*. 2025. Vol. 17, Issue 12. 5508.
15. Zhang, T.; Cheng, J.; Zou, Y. Multimodal transportation routing optimization based on multi-objective Q-learning under time uncertainty. *Complex Intell. Syst.* 2024. Vol. 10. P. 3133–3152
16. Zhang, Y., Guo, W., Negenborn, R.R., Atasoy, B. Synchromodal transport planning with flexible services: mathematical model and heuristic algorithm. *Transportation Research Part C: Emerging Technol.* 2022. Vol.140. 103711.